Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC2283 - Diseño y Análisis de Algoritmos

Ayudantía 9 - FFT

Octubre de 2025

Caetano Borges, Isabella Cherubini

1. Ejecución FFT

Muestre la ejecución de la FFT sobre los polinomios $P(x) = a_0 + a_1 x$ y $Q(x) = b_0 + b_1 x$ para transformar el dominio a la representación punto valor, luego multiplique los polinomios en ese dominio, y luego aplique la inversa de la FFT para volver a la representación canónica de los polinomios. A continuación se presenta el pseudocódigo de la FFT:

Algorithm 1 FFT($\bar{a}$)

$(a_0, \ldots, a_{n-1}) := \bar{a}$
if $n = 2$ **then**
    $y_0 := a_0 + a_1$
    $y_1 := a_0 - a_1$
    return $[y_0, y_1]$
else
    $\bar{a}_0 := (a_0, \ldots, a_{n-2})$
    $\bar{a}_1 := (a_1, \ldots, a_{n-1})$
    $[y_{0,0}, \ldots, y_{0,\frac{n}{2}-1}] := \text{FFT}(\bar{a}_0)$
    $[y_{1,0}, \ldots, y_{1,\frac{n}{2}-1}] := \text{FFT}(\bar{a}_1)$
    $\omega_n := e^{\frac{2\pi i}{n}}$
    $\alpha := 1$
    for $k := 0$ **to** $\frac{n}{2} - 1$ **do**
        $y_k := y_{0,k} + \alpha \cdot y_{1,k}$
        $y_{k+\frac{n}{2}} := y_{0,k} - \alpha \cdot y_{1,k}$
        $\alpha := \alpha \cdot \omega_n$
    end for
    return $[y_0, \ldots, y_{n-1}]$
end if

2. Aplicación FFT

Sean $A, B \subseteq \{1, \ldots, n\}$. Además, sea

$$C = \{a + b \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

el conjunto obtenido al sumar cada elemento de A con cada elemento de B. Por ejemplo, si $A = \{1, 2\}$ y $B = \{1, 3\}$, el resultado sería $C = \{2, 3, 4, 5\}$.

Diseñe un algoritmo que genere el conjunto C en tiempo $O(n \log n)$.