

Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC2283 - Diseño y Análisis de Algoritmos

Ayudantía 11 - Algoritmos Aleatorizados

Septiembre de 2025

Nicolás Buzeta, Isabella Cherubini

---

1. Servidores

Suponga que está administrando n servidores idénticos. Desafortunadamente, cada tanto, un servidor falla. Es su trabajo detectar si los servidores fallan e identificarlos. Para chequear si un servidor está trabajando correctamente, usted puede comprobar la disponibilidad enviándole un mensaje y esperando la respuesta. Desafortunadamente, la comunicación está fallando, así que a veces los mensajes enviados fallan. En particular, tenga en cuenta que:

- Si el servidor ha fallado, entonces no hay respuesta al mensaje.
- Si el servidor está funcionando correctamente, entonces con probabilidad $\frac{1}{2}$ usted obtiene una respuesta a su mensaje. Claramente, con probabilidad $\frac{1}{2}$ usted no obtiene respuesta.

Por lo tanto, al no obtener respuesta a un mensaje, usted no puede estar seguro/a si es porque el servidor ha fallado o porque la respuesta al mensaje falló.

Una alarma indica que exactamente un servidor ha fallado. Sin embargo, usted no sabe cuál servidor es (puede asumir que un servidor elegido al azar es el que ha fallado). Asumiendo $n = 4$ servidores, y que usted le envía un mensaje al servidor X sin obtener respuesta, ¿Cuál es la probabilidad de que el servidor X ha fallado? Argumente su respuesta.

2. Pregunta 2

Suponga el problema de búsqueda de un elemento x en un arreglo desordenado $A[1..n]$. Considere la siguiente estrategia aleatorizada: elegir un índice aleatorio i. Si $A[i] = x$, entonces la búsqueda termina exitosamente. De otra manera, la búsqueda continúa de la misma manera, eligiendo otra posición aleatoria del arreglo, hasta encontrar un índice j tal que $A[j] = x$ o hasta que todos los elementos de A han sido chequeados. Note que cada vez se elige un índice de entre los n posibles del arreglo, por ende un mismo elemento puede ser comparado más de una única vez.

a) Escriba dicho algoritmo de búsqueda, dando todos los detalles para su correcto funcionamiento.

b) Suponga que existe un único índice i tal que $A[i] = x$. ¿Cuál es el número esperado de comparaciones hechas hasta encontrar i?

c) Suponga que hay $k \geq 1$ índices i tal que $A[i] = x$. ¿Cuál es el número esperado de comparaciones hechas hasta encontrar uno de dichos índices i? Su respuesta debe ser una función de n y k.

d) Suponga que no existe un índice i tal que $A[i] = x$. ¿Cuál es el número esperado de comparaciones hechas para determinar que dicho índice i no existe?

3. Pregunta 3

Ahora suponga que tiene el mismo problema que la pregunta anterior, pero su algoritmo revisa n celdas distintas en n intentos.

a) Suponga que existe un único indice i tal que $A[i] = x$. ¿Cual es el numero esperado de celdas del arreglo verificados hasta encontrar x?

b) Suponga ahora que decide transformar el algoritmo anterior en uno de Monte Carlo. La idea es agregar un parámetro entero k a dicho algoritmo, tal que éste verifica a lo más k celdas aleatorias del arreglo durante la búsqueda. Si el elemento x no ha sido encontrado luego de k iteraciones, el algoritmo se detiene y responde que x no está en el arreglo. Suponga que existe a lo más un único índice i tal que $A[i] = x$. Analice dicho algoritmo, indicando en qué casos falla y cuánto debería valer k para que la probabilidad de fallar sea $\leq 1/2$.