

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC2213 — Lógica para Ciencia de la Computación —
IIC2214 — Teoría de la Computación —

# Pauta TAREA 1

1er semestre 2026

Publicación: Jueves 12 de marzo.
Entrega: **Lunes 23 de marzo hasta las 23:59 horas, via buzón en Canvas**.

## Indicaciones

- La tarea es **individual**. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- Cada una de las dos preguntas tiene una nota entre 1 y 7 (hay un punto base). La nota de la tarea es el promedio de ambas preguntas.
- La tarea **debe** ser escrita en LaTeX. No se aceptarán tareas escritas de otra forma. No olvide indicar su **nombre**, **número de alumno/a** y **sigla del curso (IIC2213 o IIC2214)**. **Sólo debe subir el pdf final al buzón de Canvas.**
- No se aceptan atrasos (salvo que utilice algún cupón `#problemaexcepcional`).

**Muy importante:** En esta tarea se pide diseñar máquinas de Turing (MTs) utilizando el modelo determinista básico visto en clases (slide 11, clase 01). Cada vez que se le pida diseñar una MT, debe entregar lo siguiente:

- Dar la descripción formal de la MT: indicar el alfabeto $\Gamma$ y presentar una imagen con el diagrama de estados de la MT (indicando claramente el estado inicial y el final). La imagen debe ser legible y puede ser hecha con la herramienta que más le acomode (incluso un dibujo a mano).
- Explicar el funcionamiento de su MT, mediante un pseudocódigo, según lo visto en clases.

Si falta alguno de los 2 puntos, la pregunta recibe 0 pts.

# Pregunta 1

Diseñe una MT que acepte el siguiente lenguaje $L$ sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, \#\}$:

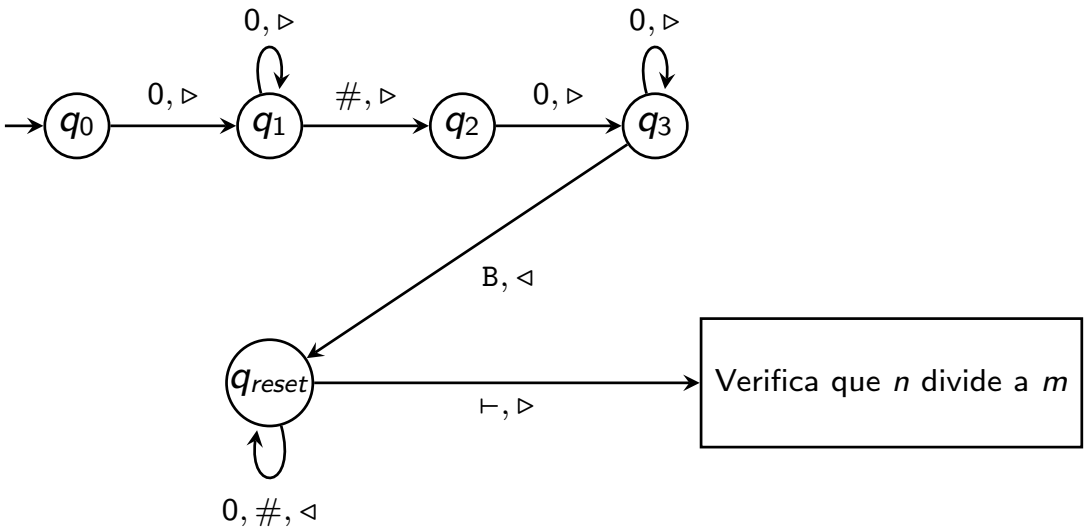
$$L = \{0^n \# 0^m \mid n, m \geq 1 \text{ y } n \text{ divide a } m\}.$$

## Solución

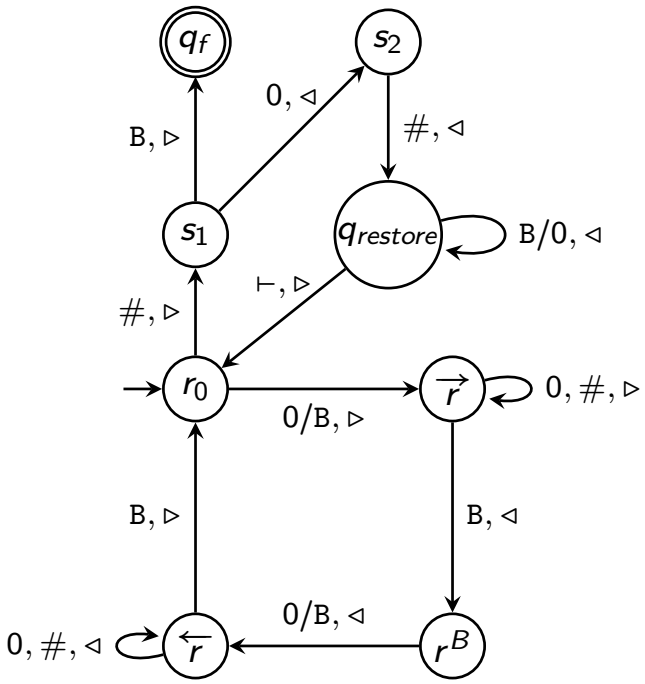
Usaremos la siguiente notación. Si una palabra tiene la forma $0^n \# 0^m$, con $n, m \geq 1$, entonces a la sub-palabra $0^n$ la llamamos "el primer bloque", y a la sub-palabra $0^m$ la llamamos "el segundo bloque". Una posible MT $M$ que acepta $L$ hace lo siguiente: en cada iteración, borra del segundo bloque tantos 0s como hay en el primer bloque. Si después de alguna iteración, el segundo bloque queda vacío, entonces aceptamos. A continuación presentamos el pseudocódigo y el diagrama de $M$. El alfabeto de la cinta de $M$ es $\Gamma = \{0, \#, \vdash, \mathtt{B}\}$.

Sobre entrada $w \in \{0, \#\}^*$:

1. Mover la cabeza hacia la derecha y verificar que $w$ tiene la forma $0^n \# 0^m$, con $n, m \geq 1$. Si no es así, **rechazar**.
2. Mover la cabeza al comienzo del primer bloque.
3. Borrar un 0 del primer bloque.
4. Si no quedan 0s en el primer bloque, hacer lo siguiente:
   *a*) Si no quedan 0s en el segundo bloque, **aceptar**.
   *b*) En caso contrario, restaurar todos los 0s del primer bloque, volver a (3).
5. Si no hay 0s en el segundo bloque, **rechazar**. En caso contrario, borrar un 0 del segundo bloque e ir a (3).



Módulo "Verifica que $n$ divide a $m$":



# Pregunta 2

Sea una MT $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, q_f, \delta)$ y una función $h : \Sigma^* \to \Sigma^*$. Decimos que $M$ *computa* $h$ si para todo $w \in \Sigma^*$, la ejecución $\rho = C_0, \ldots, C_m$ de $M$ sobre $w$ es finita y $C_m = \vdash q_f\, h(w)$.

En otras palabras, $M$ computa $h$ si para toda entrada $w \in \Sigma^*$, la MT $M$ alcanza el estado final y deja escrito en la cinta la palabra $\vdash h(w)$, con la cabeza lectora en la posición 1.

Considere $\Sigma = \{0, 1\}$ y la función $h : \Sigma^* \to \Sigma^*$ definida como $h(w) = w^R$ para todo $w \in \Sigma^*$, donde $w^R$ denota la palabra *reversa* de $w$. Algunos ejemplos:

$$h(\varepsilon) = \varepsilon \qquad h(1) = 1 \qquad h(1001) = 1001 \qquad h(10010) = 01001 \qquad h(11010001) = 10001011$$

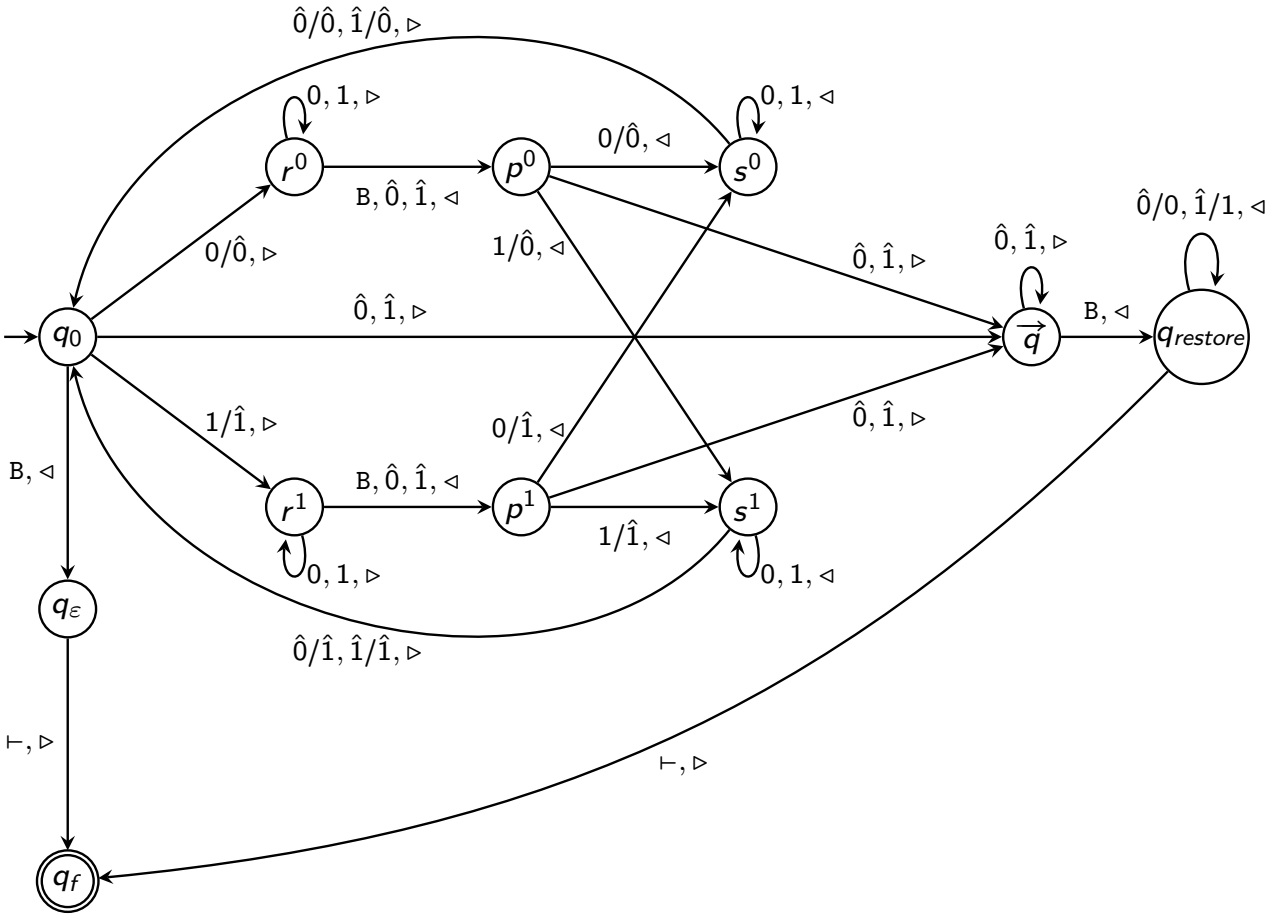
Diseñe una MT que compute $h$.

## Solución

La MT $M$ calcula el reverso de $w$ de la siguiente forma: intercambia el primer símbolo por el último, el segundo por el penúltimo, y así sucesivamente. A continuación presentamos el pseudocódigo y el diagrama de $M$. El alfabeto de la cinta de $M$ es $\Gamma = \{0, 1, \hat{0}, \hat{1}, \vdash, \texttt{B}\}$.

Sobre entrada $w \in \{0, 1\}^*$:

1. Si el símbolo bajo la cabeza es $a \in \{0, 1\}$, marcarlo y dejarlo como $\hat{a}$. Recordar $a$.
2. Buscar hacia la derecha el primer blanco o el primer símbolo marcado. Mover la cabeza una posición a la izquierda.
3. Si el símbolo bajo la cabeza es $b \in \{0, 1\}$, reemplazarlo por $\hat{a}$. Recordar $b$.
4. Buscar hacia la izquierda el primer símbolo marcado y reemplazarlo por $\hat{b}$. Mover la cabeza una posición a la derecha e ir a (1).
5. Si en el paso (1) o (3) el símbolo bajo la cabeza ya está marcado, buscar el primer blanco hacia la derecha, ir hacia la izquierda quitando las marcas de los símbolos, dejar la cabeza en la posición 1. Aceptar.




Notar que el estado $q_\varepsilon$ y sus transiciones asociadas, se encargan del caso de borde en donde la entrada es la palabra vacía $\varepsilon$. El resto del diagrama, implementa la idea explicada en el pseudocódigo. Notar que el paso desde $q_0$ a $\overrightarrow{q}$ ocurre cuando el largo de la palabra de entrada es par, y el paso desde $p^0$ o $p^1$ a $\overrightarrow{q}$, ocurre cuando el largo es impar.