Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC2213 - Lógica para Ciencias de la Computación
Profesor: Miguel Romero
Ayudantes: Caetano Borges, Valentina Juri

Ayudantía 9

Repaso I2

05 de junio de 2026

Problema 1. Considere dos teorías Σ_1 y Σ_2 sobre un mismo vocabulario $\mathcal{L}$. Demuestre que $\Sigma_1 \cap \Sigma_2$ es también una teoría. ¿Es siempre cierto que $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ es una teoría?

Problema 2. Sea Σ una teoría. Demuestre que Σ es completa sí y solo sí para todo par de estructuras $\mathfrak{A}$ y $\mathfrak{B}$ se cumple que:

$$\mathfrak{A} \models \Sigma \text{ y } \mathfrak{B} \models \Sigma \rightarrow \mathfrak{A} \text{ y } \mathfrak{B} \text{ son elementalmente equivalentes}$$

Problema 3. Demuestre que el siguiente lenguaje de pares enteros (entregados en binario) está en P:

$$\text{RelPrimes} := \{\langle a, b\rangle \mid a, b \geq 1 \text{ y } a \text{ y } b \text{ no tienen un divisor común mayor a } 1\}$$

Problema 4. Dada una paleta de colores $S = \{c_1, c_2, ..., c_n\}$ y un grafo no dirigido $G = (V, E)$, decimos que una función $f : V \rightarrow S$ es una coloración de G con colores del conjunto S, si para todo par de nodos $u, v \in V$, tales que $(u, v) \in E$, $f(u) \neq f(v)$. Es decir, f corresponde a una asignación de colores de S a los nodos de G, que asigna colores distintos a nodos adyacentes entre sí.

Un grafo no dirigido G es k-coloreable (con $k \in \mathbb{N}$), si existe una coloración para G con colores de S, para $|S| = k$. En base a lo anterior, demuestre que el siguiente lenguaje está en P:

$$\text{2-COL} := \{\langle G\rangle \mid \text{G grafo no dirigido 2-coloreable}\}$$