PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA
PROFESOR: REINALDO ARELLANO-VALLE
AYUDANTE: DANIEL GÁLVEZ Y NICOLÁS ORTIZ
SEGUNDO SEMESTRE 2025

Ayudantía 11 - Modelos probabilísticos

1. Sea (X, Y) un vector aleatorio con

$$f_{X,Y}(x, y) = ky, \quad 0 < y < x, 0 < x < 1$$

   (a) Determine la constante k
   (b) Determine las distribuciones marginales de X e Y
   (c) Calcule $P(Y > X^2)$
   (d) ¿Son X, Y variables aleatorias independientes? Argumente

2. Considere la siguiente distribución de probabilidades del vector aleatorio (X, Y) :

Y/X	1	2	3
2	0.1	0.2	0.1
4	0.1	0.2	0.3

   (a) Encuentre las distribuciones marginales de X y de Y
   (b) ¿Son X e Y variables aleatorias independientes?
   (c) Calcule $P(Y = X)$
   (d) Calcule $P(X = Y - 1)$

3. Muestre que si X, Y son independientes, entonces $g(X), h(Y)$ también son independientes.

4. Sea $f_X(x)$ la densidad de alguna variable aleatoria X con soporte positivo. Muestre que

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{2}{\pi} \frac{f_X(\sqrt{x^2 + y^2})}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad x, y > 0$$

   es efectivamente una densidad bivariada