Repaso I2

Modelos Probabilísticos / EYP1025-1027

October 2024

1. Sea X una variable aleatoria con fda dada por

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - p + p\displaystyle\int_0^x \frac{u^{\alpha-1}e^{-u}}{\Gamma(\alpha)}du, & x \geq 0 \end{cases}$$

con $p \in (0, 1)$.

   (a) Corrobore que $\lim_{x\to\infty} F_X(x) = 1$

   (b) Calcule $P(X > 0)$

   (c) Calcule $\mathbb{E}(X^n)$

   (d) ¿Existe alguna diferencia entre calcular $P(0 < X \leq 20)$ y $P(0 \leq X \leq 20)$? Entregue alguna interpretación gráfica sobre esto.

   Hint:

$$\Gamma(z) = (z-1)! = \int_0^\infty x^{z-1}e^{-x}dx$$

2. Sea X una v.a discreta con fmp dada por

$$p_X(x) = \binom{x+k-1}{k-1}\left(\frac{3}{4}\right)^x \frac{1}{4^k}, \quad x = 0, 1, 2, ...$$

   (a) Determine la FGM de X

   (b) Con lo anterior calcule los dos primeros momentos

   (c) Calcule $\mathbb{E}(X(X+k)-1)$. Para $k = 1, 2, ...$

   Hint:

$$\sum_{x=0}^{\infty}\binom{x+k-1}{k-1}\phi^x = \frac{1}{(1-\phi)^k}, \quad \text{si } 0 < \phi < 1 \text{ y } k \in \mathbb{N},$$

3. Sea X una variable aleatoria con fgm dada por

$$f_X(x) = \frac{1}{b}, \quad 0 < x \leq b$$

   (a) Calcule $M_X(t)$

   (b) Calcule la esperanza y varianza de X usando fgm

   (c) Determine la fgm de la v.a $Y = X/b + 1$