PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística
Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudantes: Andrés Díaz - Daniel Gálvez
Segundo semestre 2024

Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027

Ayudantía 9

1. Para los siguientes casos determine la fdp o fmp de la transformación respectiva

   (a) $f_X(x) = \dfrac{ln(1+x)}{ln(4)-1}, \quad 0 < x < 1, \quad Y = -ln(X)$

   (b) $X \sim Gamma(\alpha, \beta), \quad Y = 1/X^a$

   (c) $X \sim U(0,1), \quad Y = -ln(X) + \theta$

   (d) $X \sim P(\lambda), \quad Y = e^X$

2. Sea $X \sim Beta(\lambda, 1)$. Calcule $\mathbb{E}\left([-ln(X)]^{2k}\right), k \in \mathbb{N}$, mediante

   - Un calculo directo
   - Transformación de la v.a X

3. Sea X una v.a con fdp dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{20}{211}\left(1 + \dfrac{|x|}{2}\right)^4, & -1 < x < 1 \\ \dfrac{405}{844} e^{\frac{-405}{422}(x-1)}, & x \geq 1 \end{cases}$$

   Determine la densidad de $Z = X^4$

4. Sea $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, determine

   (a) a tal que $P(X \leq a) = 0.5$

   (b) $P(X > \sigma | X > -2)$

   (c) Muestre que

$$\lim_{x \to \infty} \frac{P\left(X > \sigma x + \mu\right)}{\phi(x)/x} = 1$$

   con $\phi(x)$ la densidad de una normal estándar.