PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística
Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudantes: Andrés Díaz - Daniel Gálvez
Segundo semestre 2024

Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027

Ayudantía 8

1. (a) Sean $X \sim Poisson(\lambda_x)$, $Y \sim Poisson(\lambda_y)$ independientes. ¿Es cierto que $X+Y \sim Poisson(\lambda_x+\lambda_y)$?
   (b) Sean $X \sim Exp(\lambda_x)$, $Y \sim Exp(\lambda_y)$ independientes. ¿Es cierto que $X+Y \sim Exp(\lambda_x+\lambda_y)$?

2. Sea X una v.a. que representa la utilidad en millones de pesos debido a la garantía de cierto componente electrónico. Se sabe que la función de densidad de probabilidad de X está dada por

$$f_X(x) = e^{-\theta|x|}, x \in \mathbb{R}, \theta > 0$$

   (a) Determine el valor de la constante θ.
   (b) Encuentre la función de distribución acumulada $F_X(x)$.

3. Se dice que una variable aleatoria X tiene una distribución Pareto si su función densidad es de la forma

$$f(x) = \frac{\theta}{x_0}\left(\frac{x_0}{x}\right)^{\theta+1}, \quad x > x_0, \quad \theta > 0$$

   La distribución de Pareto es comúnmente usada en economía.

   (a) Halle la media y la varianza de la distribución.
   (b) Determine la función densidad de $Z = \ln(X/x_0)$.

4. Sea X una variable aleatoria con $M_X(t)$ definida en $|t| < h$. Pruebe que

   (a) $P(X \geq a) \leq e^{-at}M_X(t)$, para $t \in (0, h)$.
   (b) $P(X \leq a) \leq e^{-at}M_X(t)$, para $t \in (-h, 0)$.