PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística
Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudantes: Andrés Díaz - Daniel Gálvez
Segundo semestre 2024

Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027

Ayudantía 7

1. Sea X una v.a con fda dada por

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{x-1+\lambda}\right)^3, & x \geq 1 \end{cases}$$

con $\lambda > 0$.

   (a) Calcule $P(X = 1)$
   (b) ¿Que tipo de v.a es X?
   (c) Calcule $\mathbb{E}(2X)$ y $\mathbb{E}(X^2)$
   (d) Determine $Var(X)$

2. Sea X la variable aleatoria que mide el número de ensayos hasta obtener el primer éxito.

   (a) ¿Que distribución sigue X?
   (b) Calcule $\mathbb{E}(X)$
   (c) Calcule $\mathbb{E}(2/X)$
   (d) Determine la probabilidad de tener que realizar 4 ensayos para obtener el primer éxito, dado que el primer éxito ocurre después del primer ensayo.

3. El tiempo de reparación (en horas) T , de un artículo se puede modelar a través de la siguiente función de densidad

$$f_T(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t > 0$$

   Con $\lambda > 0$. El costo de reparación de un artículo es $C = S + kT$, donde la constante k es un costo por unidad de tiempo y la variable aleatoria S toma valores s_1 y s_2 con probabilidades p y $1 - p$ respectivamente.

   (a) Calcule la probabilidad de que el tiempo de reparación de algún articulo sea menor a dos horas
   (b) Calcule el costo esperado de reparación
   (c) Si se analizan los tiempos de reparación de 10 artículos. ¿Cual es la probabilidad de que 3 de ellos tengan un tiempo de reparación menor a dos horas?
   (d) Muestre que

$$\int_0^\infty -log(\lambda t)\lambda e^{-\lambda t} dt \geq -log\left(\int_0^\infty t\lambda^2 e^{-\lambda t} dt\right)$$