PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística
Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudante: Daniel Gálvez
Primer semestre 2024

Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027
Ayudantía 15

1. Sea X una v.a aleatoria con

$$P(X=1)=p, \quad P(X=-1)=1-p$$

con $p \in (0,1)$. Suponga que $Y|X=x \sim N(3x,(\sigma x)^2)$. Encuentre $\mathbb{E}(Y)$, $Var(Y)$ y $\mathbb{E}(XY)$.

2. Considere

$$f_{X,Y}(x,y)=1, \quad 0<x<1, |y|<x$$

   (a) Encuentre la conjunta de $(U,V)=(X+Y,X)$
   (b) Encuentre la densidad de $U|V=v$
   (c) Calcule $\mathbb{E}(U|V=v)$ y $Var(U|V=v)$
   (d) Calcule $P(U>1/2|V=1)$
   (e) Encuentre la distribución de $X_{(1)}$ y $X_{(n)}$ cuando $V_1,...,V_n \sim f_V(v)$
   (f) Calcule la esperanza del rango y termino medio

3. Sea (X,Y) un vector aleatorio discreto con

$$p_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}1/3, & \text{si } x=0, y=0\\ 1/3, & \text{si } x=1, y=1\\ 1/3, & \text{si } x=1, y=0\\ 0, & e.o.c\end{cases}$$

   Encuentre $p_{X|Y=y}(x)$.

4. En el ejercicio 2 encuentre la fmp de

$$W=g(X,Y)=\begin{cases}0, & \text{si } X<1/2, Y>0\\ 1, & \text{si } X<1/2, Y<0\\ 2, & \text{si } X>1/2, Y>0\\ 3, & \text{si } X>1/2, Y<0\end{cases}$$