PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística
Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudantes: Andrés Díaz - Daniel Gálvez
Segundo semestre 2024

Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027

Ayudantía 11

1. Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad conjunta dada por

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} k \cdot max\{x,y\}, & 0 < x, y < 1 \\ 0, & e.o.c \end{cases}$$

   (a) Determine la constante a
   (b) Calcule $P(Y > \sqrt{2X})$
   (c) Determine la marginal de Y. ¿Que distribución reconoce?
   (d) Determine la marginal de X.
   (e) ¿Son X, Y v.a's independientes?
   (f) **Propuesto:** Determine la densidad de $Z = sin(-ln(X))$

2. Sea X, Y variables aleatorias independientes.

   (a) Muestre que

$$\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$$

   (b) Muestre que $h(X)$ y $g(Y)$ son también independientes

3. Sea (X, Y) un vector aleatorio tal que

X/Y	0	1	3
-1	1/4	1/2	1/4
1	1/3	1/3	0

   (a) Calcule $P(Y > X)$
   (b) Calcule $\mathbb{E}(cos(XY))$
   (c) Determine la marginal de X
   (d) ¿Son X, Y v.a's independientes?

4. **Propuesto** Sea X, Y v.a's tal que

$$p_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{e^2 y!(x-y)!}, \quad x \in \{0,1,....\}, y \in \{0,1,...,x\}$$

   Determine como distribuye X e Y.

5. **Propuesto** Sea $X \sim P(\lambda)$ y $Y \sim Geo(p)$. Calcule $P(Y > X)$