PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística
Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudantes: Andrés Díaz - Daniel Gálvez
Segundo semestre 2024

Modelos Probabilísticos - EYP1025/1027
Ayudantía 1

1. Demuestre las siguientes igualdades.

   (a) $A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$

   (b) $A^c - B^c = B - A$

   (c) $A \cap B^c = A - (A \cap B)$

   (d) $A \cup B = A \cup (B \cap A^c)$

   (e) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

2. Se lanza un dado n veces. El evento "En el i-ésimo lanzamiento sale 2" será denotado por A_i , con $i = 1, ..., n$. Describa los siguientes eventos usando los conjuntos A_i y las operaciones usuales entre eventos;

   (a) $B =$ "En ninguno de los n lanzamientos sale 2".

   (b) $C =$ "En al menos un lanzamiento sale 2".

   (c) $D =$ "En exactamente un lanzamiento sale 2".

   (d) $E =$ "En a lo más en un lanzamiento sale 2".

3. Sea $\Omega = \{a, b, c\}$. Decida si $\mathcal{F}, \mathcal{G}$ son o no $\sigma-$algebra, donde

$$\mathcal{F} = \{\{a, b, c\}, \{a\}, \{b\}, \emptyset\}$$
$$\mathcal{G} = \{\Omega, \emptyset, \{a, b\}, \{c\}\}$$

   Propuesto: Muestre que $\mathcal{F} \cup \mathcal{G}$ no es una $\sigma-$algebra pero $\mathcal{F} \cap \mathcal{G}$ si lo es.

4. Sea $\Omega \neq 0$ y $\mathcal{F}_i, i = 1, 2, 3$, $\sigma-$álgebras de subconjuntos de Ω tales que $\mathcal{F}_3 \subseteq \mathcal{F}_2 \subseteq \mathcal{F}_1$.

   (a) ¿Es $\mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2$ una $\sigma-$álgebra?

   (b) ¿Es $\mathcal{F}_3 \cap (\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_2)$ una $\sigma-$álgebra?

   (c) ¿Es $\mathcal{F}_1 \cap (\mathcal{F}_2 \cup \mathcal{F}_3)$ una $\sigma-$álgebra?

5. Sea Ω un espacio muestral dado y sea $A_1, A_2, \ldots, A_k$ una secuencia finita de eventos.

   (a) Muestre que $\bigcup_{i=1}^{k} A_i = \bigcup_{i=1}^{k} B_i$, donde $B_i = A_i - (A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_{i-1}), i = 2, 3, ..., k$ y $B_1 = A_1$.

   (b) Con lo anterior deduzca que $B_i \cap B_j = \emptyset$ y además $B_i \subseteq A_i$ para todo i, j.