PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

Modelos probabilísticos - Ayudantía 9
EYP1025 / EYP1027

Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudantes: Jesus Achire y Nicolás Mendicoa

Ejercicio 1

Sean A, B y C variables aleatorias independientes y cada una uniformemente distribuida sobre $(0, 1)$. ¿Cuál es la probabilidad de que la ecuación cuadrática $Ax^2 + Bx + C = 0$ tenga raices reales?

Ejercicio 2

Sea X y Y variables aleatorias independientes con distribución conjunta dada en la tabla 1. Si $P(X = 1) = P(X = 2) = 1/5$, halle los valores faltantes de la tabla. Calcule $E(XY)$.

X/Y	-1	0	1
0	1/6	d	1/6
1	a	e	k
2	b	f	h

Tabla 1: Distribución conjunta de X y Y del ejercicio 2.

Ejercicio 3

Sean X e Y variables aleatorias continuas con función densidad conjunta $f_{X,Y}(x, y) = \alpha^2 e^{-\alpha y}$, $0 \leq x \leq y$, $\alpha > 0$. Calcule las densidades marginales de X e Y. ¿Son X e Y independientes?

Ejercicio 4

Sean $X, Y \sim Geom(p)$ independientes. Sean

$$U = \text{mín}(X, Y), \quad y \quad V = X - Y$$

a) Demuestre que U y V son independientes.

b) Encuentre la distribución de $Z = X/(X + Y)$.

c) Encuentre la distribución conjunta de X y $X + Y$.

Ejercicio 5

Si $X_1, X_2, ..., X_5$ son variables aleatorias iid con distibución uniforme en el intervalo $(0, 1)$. Halle la probabilidad de que $Y = \text{mín}(X_1, ..., X_5)$ esté en el intervalo $(1/4, 3/4)$.