**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE**
**FACULTAD DE MATEMÁTICAS**
**DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA**

# Modelos probabilísticos - Ayudantía 8
# EYP1025 / EYP1027

**Profesor**: Reinaldo Arellano
**Ayudantes**: Jesus Achire y Nicolás Mendicoa

## Ejercicio 1

Sea $X$ una variable con distribución exponencial, esto es, $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ para $x > 0$, donde $\lambda$ es un parámetro positivo. Halle la función densidad de las siguientes variables aleatorias:

a) $Y = 1/X$,

b) $W = (X-1)^2$.

## Ejercicio 2

Se dice que una variable aleatoria $X$ tiene una distribución Pareto si su función densidad es de la forma

$$f(x) = \frac{\theta}{x_0}\left(\frac{x_0}{x}\right)^{\theta+1}, \quad x > x_0, \quad \theta > 0$$

La distribución de Pareto es comunmente usada en economía.

a) Halle la media y la varianza de la distribución.

b) Determine la función densidad de $Z = \ln(X/x_0)$.

## Ejercicio 3

Sea $X$ una variable aleatoria con distribución uniforme en $(0,1)$, esto es,

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 & x \in [0,1] \\ 0 & x \notin [0,1] \end{cases}$$

Halle una función $g$ tal que $Y = g(X)$:

a) tenga una distribución $Exp(\lambda)$.

b) tenga una distribución $N(0,1)$.

## Ejercicio 4

Suponga que $X$ tenga la función de probabilidad geométrica $f_X(x) = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^x$, $x = 0, 1, 2, \ldots$. Determine la distribución de probabilidad de $Y = X/(X+1)$. Note que $X$ y $Y$ son variables aleatorias discretas. Para especificar la distribución de probabilidad de $Y$, explicite su función de probabilidad.

## Ejercicio 5

Considere el amplificador no lineal cuya entrada $X$ y salida $Y$ son relacionados por su característica de transferencia

$$Y = \begin{cases} \sqrt{X} & , \quad X > 0 \\ -\sqrt{|X|} & , \quad X < 0 \end{cases}$$

Halle la función densidad de $Y$ si $X \sim N(0,1)$.