PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

Modelos probabilísticos - Ayudantía 1
EYP1025 / EYP1027

Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudantes: Jesus Achire y Nicolás Mendicoa

Ejercicio 1

Una urna contiene 15 bolas, 9 de las cuáles son rojas y las otras 6 son blancas. El siguiente juego es jugado: una bola es aleatoriamente extraída y, después de tomar nota de su color, esta es devuelta a la urna con un par de bolas adicionales del mismo color. Halle la probabilidad que en las primeras tres rondas del juego, todas las bolas extraídas son blancas.

Ejercicio 2

Sea $B_1, B_2, ...$ una partición del espacio muestral de un modelo de probabilidad $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. Suponga que $P(B_n) > 0$ para todo n.

a) Demuestre que para todo evento A se tiene

$$P(A) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A/B_n)P(B_n)$$

b) Suponga que la primera falla de una máquina durante la n-ésima hora de operación ocurre con probabilidad $(0,5)^n$. Si la primera falla de la máquina ocurre durante la n-ésima hora de operación, ella es reparada dentro de tres horas con probabilidad $0,3+(0,6)^n$. Sea A el evento de que la primera falla de la máquina sea reparada dentro de 3 horas. Calcule $P(A)$

Ejercicio 3

Se escoge al azar uno de los cuatro puntos $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$ y $(1,1,1)$. Defina, para $k = 1,2,3$:

$$A_k = \{ \text{ la k-ésima coordenada es igual a 1}\}$$

Muestre que los eventos A_1, A_2 y A_3 son independientes por pares pero que no son independientes.

Ejercicio 4

Una caja contiene 5 bolas blancas y 10 bolas negras. Un dado es lanzado. Una cantidad de bolas igual al resultado obtenido en el dado es retirada aleatoriamente de la caja.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que todas las bolas retiradas de la caja sean bolas blancas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado obtenido cuando lanzamos el dado haya sido 3 si todas las bolas retiradas de la caja son blancas?