PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

Modelos probabilísticos - Ayudantía 11
EYP1025 / EYP1027

Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudantes: Jesus Achire y Nicolás Mendicoa

Ejercicio 1

Sean $X, Y \sim N(0,1)$ independientes. Definamos Z como

$$Z = \begin{cases} X & \text{si } XY > 0 \\ -X & \text{si } XY < 0 \end{cases}$$

Muestre que Z tiene distribución normal. Además, muestre que la conjunta de Z con Y no es una normal bivariada.

Ejercicio 2

Sea X una variable aleatoria, y $Z = \log X$, con $\mathbb{E}(Z) = 0$. ¿Es $\mathbb{E}(X)$ menor, mayor o igual que 1?

Ejercicio 3

Sean $X_1, ..., X_n$ variables aleatorias con la misma varianza, σ^2, y tales que todos los coeficientes de correlacion de pares de ellas son iguales a ρ. Demuestre que:

$$\rho \geq -\frac{1}{n-1}$$

Ejercicio 4

El vector aleatorio (X, Y) está definido en el triángulo $OAB, O(0,0), A(0,1), B(1,0)$. Su función de densidad es $f(x,y) = ky^2$, y vale 0 fuera del triángulo. Calcule el coeficiente de correlación entre ambas variables.