Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística

Modelos Probabilísticos - Ayudantía 1
EYP1025 / EYP1027

Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudantes: Jesus Achire, Nicolás Mendicoa

Pregunta 1

Sean $\mathcal{A}_1$ y $\mathcal{A}_2$ dos σ-álgebras de subconjuntos de Ω. Demuestre que $\mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2$ no necesariamente es un σ-álgebra. Considere, por ejemplo, el conjunto $\Omega = \{1, 2, 3\}$ y las σ-álgebras $\mathcal{A}_1 = \{\emptyset, \{1\}, \{2, 3\}, \Omega\}$ y $\mathcal{A}_2 = \{\emptyset, \{1, 2\}, \{3\}, \Omega\}$.

Pregunta 2

Sea $\Omega = \{1, 2, 3\}$.

a) Enliste todos los subconjuntos de Ω.

b) Determine todas las σ-álgebras definidas en Ω. Indique alguna razón por la cual las σ-álgebras tienen un número par de elementos.

Pregunta 3

Considere el experimento de escoger al azar un estudiante de esta sala y registrar su edad.

a) Proponga varios espacios muestrales para este experimento.

b) Escoja un espacio muestral adecuado Ω y describa por extensión los siguientes conjuntos, si es posible, como subconjuntos de Ω:

A : El estudiante elegido tiene más de 20 años.

B : El estudiante elegido tiene 19 años.

C : El estudiante elegido se llama Joaquín.

c) Proponga una σ-álgebra para el espacio muestral Ω.

Pregunta 4

Considere la clase C de intervalos cerrados $[a, b]$, con $a, b \in \mathbb{R}$.

a) Muestre que todo intervalo ya sea abierto (a, b), semiabierto $(a, b]$ o infinito $(-\infty, b]$ puede escribirse como una unión numerable de intervalos cerrados y sus complementos.

b) Muestre que el conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$ se puede escribir como una unión numerable de intervalos cerrados y sus complementos.

c) Explique por qué la σ-álgebra generada por los intervalos cerrados coincide con la σ-álgebra de Borel.