Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática
Profesor: Reinaldo Arellano – Ayudante: Víctor Donat

Modelos probabilisticos - EYP1025 / EYP1027
Ayudantía 1
4 de Abril de 2023

1. Sea $C_1, ..., C_M$ partición de Ω; A, B eventos de Ω tales que $A \perp\!\!\!\perp B|C_i \; \forall i \in \{1, ..., M\}$. Además suponga que $B \perp\!\!\!\perp C_i \; \forall i \in \{1, .., M\}$. Demuestre que A y B son independientes.

2. Sean A, B, C eventos de Ω tales que:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B|A)P(C|B)$$

   Demuestre que $A \perp\!\!\!\perp C|B$.

3. El Problema de Monty Hall es un problema de probabilidad donde el concursante escoge una puerta entre tres, y su premio consiste en lo que se encuentra atrás la puerta. Una de ellas tiene un auto, y las otras dos una cabra. Después de elegir una puerta, y antes de abrirla, el presentador, que sabe dónde está el premio del auto, abre una de las otras dos puertas y muestra que detrás de ella hay una cabra, dando la opción al concursante de cambiarse de prueba. Desde el punto de vista de probabilidades ¿es mejor cambiarse de puerta o mantenerse?

4. Se está probando una prueba de VIH, con los siguientes datos:

   a) $P(Prueba + |VIH) = 0{,}93$
   b) $P(Prueba - |No\ VIH) = 0{,}99$
   c) $P(VIH) = 0{,}00148$

   Si el test dió positivo, ¿cuál es la probabilidad de que la persona efectivamente tenga VIH? (Se puede asumir que el test solo da positivo o negativo)

5. Se lanza un dado, luego una moneda tantas veces como el resultado que tuve en el dado.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener, exactamente, 3 caras?
   b) Dado que obtuve 3 caras, ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido un 4 en el dado?

6. X, Y, W, Z eventos de Ω tales que:

$$X \perp\!\!\!\perp Y|Z$$

   y

$$X \perp\!\!\!\perp W|(Y, Z)$$

   Demuestre que $X \perp\!\!\!\perp (Y, W)|Z$