Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática
Profesor: Reinaldo Arellano – Ayudante: Víctor Donat

Modelos probabilisticos - EYP1025 / EYP1027
Ayudantía 1
21 de Marzo de 2023

1. Consideremos el experimento de lanzar un dado, defina el espacio muestral del experimento, el σ-álgebra asociado, y demuestre que la función $P(A) = \frac{|A|}{6}$ es una función de probabilidad.

2. Consideremos el experimento de lanzar un dado justo y luego una moneda justa, determine el espacio de probabilidad del experimento.

3. Dado un espacio muestral finito $\Omega = \{w_1, w_2, ..., w_n\}$ tal que $P(w_i) = c$ para todo $i \in \{1, 2, .., n\}$, con c alguna constante, demuestre que para un evento $A \in \mathcal{F}$ tal que $|A| = k \leq n$, entonces $P(A) = \frac{k}{n}$.

4. Demuestre las siguientes propiedades de una función de probabilidad P:

   a) $P(A^c) = 1 - P(A)$

   b) $P(\emptyset) = 0$

   c) $A \subseteq B \implies P(A) \leq P(B)$

   d) $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$

   e) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5. Sea $f(x)$ una función no nula y continua en todas partes, tal que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq 0$ y

$$k = \int_{\mathbb{R}} f(x)dx$$

   Demuestre que

$$P(A) = \int_A \frac{f(x)}{k}dx$$

   es una probabilidad definida sobre $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$, donde $\mathcal{B}$ es el σ-alegebra de Borel.