Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática
Profesor: Reinaldo Arellano – Ayudante: Víctor Donat

Modelos probabilisticos - EYP1025 / EYP1027
Ayudantía 11
30 de Mayo de 2023

1. Sean X e Y variables aleatorias tales que:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{3(x^2+y^2)}{16} & si \quad 0 < x < y < 2 \\ 0 & sino \end{cases}$$

   a) Calcule la función de densidad marginal de X e Y.

   b) Calcule la función de densidad de $X|Y$ y $Y|X$.

   c) Calcule $E[X|Y]$.

2. Sea (X,Y) con $f(x,y)$ dada por

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{10} & si \quad (x,y) \in \{(1,-10),(1,0),(3,5)\} \\ \frac{2}{10} & si \quad (x,y) \in \{(3,0),(1,5)\} \\ \frac{3}{10} & si \quad (x,y) = (3,-10) \\ 0 & sino \end{cases}$$

   a) Calcule $E[x \cdot y]$.

   b) Calcule $E[x+y]$ de dos maneras distintas.

3. Del total de licencias recibidas por una Isapre se definen como X la proporción de licencias apeladas ante la Comisión Médica Preventiva, e Y la proporción de licencias médicas rechadas por una Isapre, con

$$f_{X,Y}(x,y) = k \cdot exp(-y); \qquad 0 < x < y < 1$$

   a) Dibuje el área donde $f(x,y)$ sea distinta a 0.

   b) Determine k.

   c) Determine la probabilidad de que la proporción de licencias apeladas sea mayor que $\frac{1}{2}$ de la proporción de licencias rechazadas.