PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA
Segundo semestre 2022

EYP1025/27
Modelos Probabilísticos
Ayudantía 9

Profesor: Reinaldo Arellano-Valle (reivalle@mat.uc.cl)
Ayudante: Eduardo Alarcón-Bustamante (esalarcon@mat.uc.cl)

1. Sea X_1 y X_2, dos variables independientes, demuestre que $E(X_1X_2) = E(X_1)E(X_2)$. Demuestre que este resultado se cumple para cualquir función $h(X_1)$ y $g(X_2)$.

2. Sea $X_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$. Demuestre que

   - $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2)$
   - $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(\mu, \sigma^2/n)$

3. El peso máximo que puede soportar un tipo de cable sigue una distribución normal con media de 225 Kg. y desviación estándar de 25 Kg. En una construcción, 100 cables sostienen conjuntamente un peso de 22800 Kg. Calcule la probabilidad de que los cables resistan.

4. En una cooperativa agrícola se reciben ciruelas cuyo peso por unidad en gramos sigue una distribución normal con $\sigma = 3$ y $\mu = 30$. Si extraigo al azar $n = 10$ ciruelas ¿cuál es la probabilidad de que, en promedio, ellas pesen más de 28.5 gramos?

5. Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ variables aleatorias independientes e identicamente distribuidas. Defina $X_{(1)} = \min(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ y $X_{(n)} = \max(X_1, X_2, \ldots, X_n)$. Encuentre la función de distribución de $X_{(1)}$ y $X_{(n)}$, así como también su función de densidad.

6. Sean $X_1, X_2, \ldots, X_n$ variables aleatorias independientes con densidad común

$$f_X(x) = \frac{x}{\theta^2}\exp\{-x^2/2\theta^2\}I_{(x>0)}$$

   (a) Determine la densidad conjunta de $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$, donde $Y_i = X_i^2$
   (b) Encuentre la distribución de $X_{(1)} = \min(X_1, X_2)$