PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA
Segundo semestre 2022

EYP1025/27
Modelos Probabilísticos
Ayudantía 5

Profesor: Reinaldo Arellano-Valle (reivalle@mat.uc.cl)
Ayudante: Eduardo Alarcón-Bustamante (esalarcon@mat.uc.cl)

1. Considere la variable aleatoria, discreta, X con función de distribución acumulada $F(X)$ dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < -2 \\ 0.1 & si \quad -2 \leq x < -1 \\ 0.3 & si \quad -1 \leq x < 0 \\ 0.5 & si \quad 0 \leq x < 1 \\ 0.7 & si \quad 1 \leq x < 2 \\ 1 & si \quad x \geq 2 \end{cases}$$

   (a) Realice una gráfica de la distribución.

   (b) Calcule la función de probabilidad asociada. Grafíquela.

   (c) Sea B_a la región determinada por $X^2 - 1 \leq a$. Calcule $P(B_0)$.

2. Un comité de 3 integrantes se forma aleatoriamente seleccionado de entre 4 médicos y 3 enfermeras. (se eligen uno a uno las personas y estas no se vuelve a considerar en el siguiente paso). Escriba la función de probabilidad para la variable aleatoria X que representa el número de médicos en el comité.

3. En un laberinto en forma de T, a una rata se le dará alimento si gira a la izquierda, de lo contrario recibirá una descarga eléctrica. En la primera prueba, la probabilidad de que la rata gire a la izquierda es la misma de que gire a la derecha, una vez realizada la primera prueba, se observa el comportamiento en una segunda instancia. Del experimento se obtuvo lo siguiente: De las ratas que giraron a la izquierda en la primera prueba, el 68% volvió a girar a la izquierda en la segunda prueba, mientras que de las ratas que giraron a la derecha en la primera prueba, el 84% giró a la izquierda en la segunda prueba.

   (a) Calcule la probabilidad de tener que realizar el experimento 5 veces para encontrar la tercera rata que en la segunda prueba reciba alimento.

   (b) De 8 ratas que recibieron carga eléctrica en la segunda prueba, calcule probabilidad de que sólo 3 de ellas hayan recibido alimento en la primera prueba.

4. Sabemos que si $X \sim Bin(n, \pi)$, entonces

$$P(X = x) = \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \quad \forall x \in \{0, 1, \ldots, n\}.$$

   (a) Demuestre que si $n \to \infty$ y $\lambda = n\pi$ es fijo, se tiene que:

$$\lim_{n\to\infty} P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

   .

   (b) Demuestre que el límite anterior también es una función de probabilidad.

5. Un escritor, en promedio, comete un error cada 500 palabras escritas, comúnmente una página contiene 300 palabras. ¿Cuál es la probabilidad de que NO cometa más de dos errores en cinco páginas? Calcule esta probabilidad mediante dos procedimientos distintos.

Los siguientes ejercicios corresponden a los enunciados 2 y 3 de la interrogación 1. Resuélvalos utilizando variables aleatorias.

6. Suponga que un supermercado recibe una partida de 10 cajas con cierto producto alimenticio. Cada caja contiene 10 unidades de dicho producto, de los cuales la mitad están vencidos. Se extraen al azar y sin devolución 4 unidades de la primera caja, 4 de la segunda y así sucesivamente, hasta extraer 4 de la décima caja. En cada muestra, se cuenta el número de unidades vencidas.

   (a) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar 2 o m ás unidades vencidas en la inspección de una determinada caja?

   (b) La partida se rechaza si por lo menos en 5 cajas se encuentran 2 o más unidades vencidas. ¿Cuál es la probabilidad de rechazar la partida?

7. En un experimento compuesto, primero se lanza un dado honesto, y luego se lanza una moneda honesta de forma independiente tantas veces como el número indicado por el dado.

   (a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 caras?

   (b) Sabiendo que se han obtenido 3 caras ¿cuál es la probabilidad que el resultado del dado fue 4?