PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA
Segundo semestre 2022

EYP1025/27
Modelos Probabilísticos
Ayudantía 11

Profesor: Reinaldo Arellano-Valle (reivalle@mat.uc.cl)
Ayudante: Eduardo Alarcón-Bustamante (esalarcon@mat.uc.cl)

1. Sean X e Y dos variables aleatorias continuas con función de densidad conjunta dada por

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda y} & \text{si } 0 \leq x \leq y,\ \lambda > 0; \\ 0 & \text{eoc ;} \end{cases}$$

   (a) Obtenga $f_X(x)$ y $f_Y(y)$.

   (b) Calcule $Cov(X,Y)$.

2. Sean $X_1, X_2, \ldots, X_n$ variables aleatorias independientes, todas con distribución Bernoullí con probabilidad de éxito π. Muestre que $X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ tiene distribución Binomial con parametros n y π.

3. Durante abril los contribuyente debieron realizar su declaraci´on anual de impuestos. Para hacer más simple el tramite, el Servicio de Impuestos Internos (SII) propone una declaración lista para enviar. Un problema que usualmente ocurre, es que las empresas van ingresando nueva información al SII, que podría implicar que una propuesta enviada por un contribuyente sea rechazada por el SII. Si X representa la proporción de contribuyentes que envían la propuesta que el sistema ofrece e Y un valor en el intervalo $(-X, X)$, que indica como se distribuyen los contribuyentes: rechazados o aceptados. Por ejemplo un valor de Y igual a cero nos indicaría que la mitad fue rechazada y la otra aceptada. Si el comportamiento conjunto entre X e Y es Uniforme (constante) sobre el soporte conjunto, determine la covarianza entre X e Y. ¿Son independientes?

4. La Superintendencia de Seguridad Social (SUSESO) dispone de estadísticas respecto a las licencias médicas que se presentan a las instituciones de salud previsional (Isapres). Hay dos atributos relevantes que pueden ser modelados estadísticamente. Del total de licencias recibidas por una Isapre, se definen: X como la proporción de licencias apeladas ante la Comisión Médica Preventiva y de Invalidez (COMPIN) del Servicio de Salud que corresponda, e Y como la proporción de licencias médicas rechazadas por una Isapre. Un especialista determina que el mejor modelo que describe el comportamiento de este vector aleatorio tiene función de densidad conjunta dada por:

$$f_{XY}(x,y) = k \exp(-y); \quad 0 < x < y < 1$$

(a) Cree un diagrama del comportamiento conjunto de X e Y.

(b) Determine el valor de la constante k

(c) Para una Isapre dada, determine la probabilidad de que la proporción de licencias apeladas sea superior a 2/3 de la proporción de licencias rechazadas.