Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemática
Departamento De Estadística
Primer Semestre 2018

EYP1026 - Modelos Probabilísticos
Ayudantía 9

Profesor: Manuel Galea
Ayudante: Esteban Gutiérrez

1. Sean X e Y variables aleatorias independientes e identicamente distribuidas tales que

$$P(X = j) = P(Y = j) = \frac{1}{2^j}, \text{ para j=1,2, } \ldots$$

Considere el vector aleatorio $V = \begin{pmatrix} X & Y \end{pmatrix}$ y los conjuntos

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \mid x + y = 4\},$$
$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R} \mid x = y\}.$$

   (a) Calcule $P(V \in A)$.
   (b) Calcule $P(V \in B)$.

2. Sean $r \in \mathbb{N}$, $\mathcal{X} = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid |x| + |y| \leq r)\}$ y $V = (X\ , Y)$ vector aleatorio tal que

$$P(V = (x, y)) = c \cdot \mathbb{1}_{\mathcal{X}}(x, y).$$

   (a) Determine $c \in \mathbb{R}$.
   (b) Calcule las distribuciones marginales de X e Y.
   (c) Calcule $P(|X| + |Y| = R)$ para $R \in \mathbb{N}_0$.

3. Sean X, Y y Z variables aleatorias independientes tales que

$$P(X = j) = P(Y = j) = \frac{1}{2^j}, \text{ para j=1,2, } \ldots$$

y $Z \sim Unif(\{0, 1\})$.
Considere además las matrices aleatorias

$$A = \begin{pmatrix} X & Z \\ Y & Z \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} X & 0 \\ 0 & Y \end{pmatrix}.$$

   (a) Calcule la probabilidad de que A sea una matriz invertible.
   (b) Determine $P_\lambda = P(\lambda \text{ es un valor propio de } B)$ y calcule

$$\sum_{\lambda \in \mathbb{R}} P_\lambda.$$