Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemática
Departamento De Estadística
Primer Semestre 2018

EYP1026 - Modelos Probabilísticos
Ayudantía 4

Profesor: Manuel Galea
Ayudante: Esteban Gutiérrez

1. Siete bolas son repartidas al azar en siete celdas. Defina X_i como el número de celdas que contienen exáctamente i bolas. Determine la distribución de X_3.

2. Suponga que la probabilidad de que cierta ampolleta se queme en el instante que se prenda es $p \in (0,1)$. Si no se quema, entonces la probabilidad de que sobreviva t unidades de tiempo es $e^{-\lambda t}$. Sea T el tiempo de vida de la ampolleta.

   (a) Determine la función de distribución de T y discuta si la variable aleatoria T es discreta o continua.

   (b) Muestre que T no admite una función de densidad.

3. **(Distribución Exponencial)** Diremos que una variable aleatoria X distribuye exponencial con parámetro $\lambda > 0$ si admite función de densidad

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda t} \mathbb{1}_{[0,\infty)}.$$

   En este caso denotaremos que $X \sim exp(\lambda)$.

   (a) Sean $X_1, ..., X_n$ variables aleatorias independientes con $X_i \sim exp(\lambda_i)$. Determine

$$P(X_j = \min\{X_1, ..., X_n\}).$$

   (b) Diremos que una variable aleatoria X posee *pérdida de memoria* si para todo $t > 0$

$$P(X > s + t \mid X > s) = P(X > t).$$

   Pruebe que una variable aleatoria continua posee *pérdida de memoria* si y sólo si distribuye exponencial.

   (c) Cierto artefacto electrónico tiene una vida útil que usted, como estadístico de la PUC, ha decidido modelar por una variable aleatoria $X \sim exp(\lambda)$ (considere λ medido en unidades de 1/año). ¿Cuál es la probabilidad de que dicho objeto viva al menos t años? Asuma que dicho objeto ha vivido t años, ¿cuál es la probabilidad de que viva al menos otros t años?. ¿Qué puede concluir a partir de esto?