Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemática
Departamento De Estadística
Primer Semestre 2018

EYP1026 - Modelos Probabilísticos
Ayudantía 2

Profesor: Manuel Galea
Ayudante: Esteban Gutiérrez

1. Sea $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espacio de probabilidad. Una función $F : \mathcal{A} \to \mathbb{R}$ se dice *finitamente aditiva* si para cualquier colección finita de conjuntos disjuntos dos a dos $\{A_i\}_{i=1}^n \subset \mathcal{A}$ se tiene que

$$F\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} F(A_i).$$

   Adicionalmente, se dirá *continua en el vacío* si para cualquier sucesión de conjuntos $\{A_i\} \subset \mathcal{A}$ tal que $A_{n+1} \subset A_n$ se tiene que

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = \emptyset \implies \lim_{i\to\infty} F(A_i) = 0.$$

   Pruebe que la *aditividad contable* de la probabilidad se sigue de la *aditividad finita* y la *continuidad en el vacío*.

2. A contar!

   (a) En una mano de póker (5 cartas en mano y 52 en la baraja). ¿Cuál es la probabilidad de sacar un par de aces y un par de reyes?

   (b) Se toman r zapatos de entre n pares de zapatos, con $r < n$. ¿Cuál es la probabilidad de no tomar algún par de zapatos?

3. Para los siguientes ejercicios considere un espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

   (a) Considere eventos $A, B \in \mathcal{A}$ tales que $P(A) = 1/3$ y $P(B^c) = 1/4$. ¿Pueden A y B ser disjuntos?

   (b) Sean $A, B \in \mathcal{A}$ tales que $P(A), P(B) > 0$. Pruebe que si A y B son disjuntos, entonces no son independientes (considere la independencia del curso anterior).

4. **(Urnas de Laplace)** Considere $n + 1$ urnas enumeradas desde 0 a n, donde la urna i-ésima contiene i bolas rojas y $n - i$ bolas verdes. Se escoje una urna al azar y luego se realizan n extracciones con reposición. Si las n extracciones resultaron en bolas rojas, ¿cuál es la probabilidad de que la siguiente extracción sea una bola roja?