Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemática
Departamento De Estadística
Primer Semestre 2018

EYP1026 - Modelos Probabilísticos
Ayudantía 13

Profesor: Manuel Galea
Ayudante: Esteban Gutiérrez

1. Para ser atendido en un McDonald un cliente debe primero ser atendido en caja y luego debe esperar por su pedido (como si nadie supiera esto). Asuma que los tiempos de atención en caja y espera de comida distribuyen exponenciales con tasa λ y μ respectivamente. Asuma que es un día normal, por lo que solo hay una caja funcionando y el/la joven que recibe los pedidos es novato/a, por lo que solo se enfoca en un pedido antes de empezar con otro. Suponga que cuando usted llega al local solo hay una persona siendo atendida y se encuentra en la caja. Calcule el tiempo esperado antes de poder empezar a comer.

2. Sean $\{U_n\}_n$ una sucesión de variables aleatorias independientes con distribución $Unif(0,1)$ y defina

$$V_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} U_k^2.$$

   (a) Muestre que $\{V_n\}_n$ converge casi seguramente, y por lo tanto en probabilidad y distribución.

   (b) Determine una aproximación para $P(V_{45} \geq 0.3)$.

3. Sea $\{X_n\}_n$ una sucesión de variables alteorias *iid* con $E(X_1) = \mu$ y $Var(X_1) = \sigma^2$. Aproxime la cantidad de variables aleatorias que necesita para que su promedio difiera de μ por a lo más $\sigma/10$ con probabilidad 0.95.

4. Sea $\{X_n\}_n$ una sucesión de variables alteorias *iid* con $E(X_1) = \mu$ y $Var(X_1) = \sigma^2 > 0$ y defina

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2.$$

   Muestre que

$$\frac{\sqrt{n}(\overline{X}_n - \mu)}{\hat{\sigma}_n^2} \xrightarrow{D} Z,$$

   para alguna variable aleatoria $Z \sim N(0,1)$.

5. Sea $\{X_n\}$ una sucesión de variables aleatorias independientes con distribución $Unif(\{-1,1\})$ y defina

$$Y_n \coloneqq \sum_{k=1}^{n} \frac{X^k}{2^k}.$$

   Muestre que $\{Y_n\}$ converge en distribución a alguna variable aleatoria con distribución $Unif(-1,1)$. (*Hint: Use el teorema de continuidad de Levy y la identidad* $cos(t/2) = sen(t)/2sen(t/2)$).