Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemática
Departamento De Estadística
Primer Semestre 2018

EYP1026 - Modelos Probabilísticos
Ayudantía 11

Profesor: Manuel Galea
Ayudante: Esteban Gutiérrez

1. Suponga que el vector aleatorio $V = (X\ ,\ Y)$ admite densidad

$$f_{X,Y} = \mathbb{1}_{[0,1]\times[0,1]}.$$

   Calcule $Var(X^m Y^n)$ para $m, n \in \mathbb{N}$.

2. Sean X, Y variables aleatorias discretas con función conjunta de masa

$$P_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{4}, \quad \text{si } (x,y) \in \{(0,0),(1,1),(1,-1),(2,0)\},$$

   y es cero en otro caso.

   (a) Calcule $Cov(X,Y)$.
   (b) Discuta la independencia entre las variables X e Y.

3. Suponga que el vector aleatorio $V = (X\ ,\ Y)$ admite densidad

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{2}{x} e^{-2x} \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+\times(0,x)}(x,y).$$

   (a) Calcule $Cov(X,Y)$ y $Cov(X^2, Y^2)$.
   (b) Discuta la independencia entre las variables X e Y.

4. Suponga que el vector aleatorio $V = (X\ ,\ Y\ ,\ Z)$ tiene matriz de covarianza

$$V = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

   (a) Calcule $V(X+Y+Z)$.
   (b) Muestre que $X-Y$, $X+Z$ y $2Y-Z$ no estan correlacionados.

5. Diremos que $V = (X_1\ ,\ \ldots\ ,\ X_n) \sim \text{Multinomial}(p_1,\ldots,p_n)$, con $\sum_j p_j = 1$, si tiene función de masa

$$P_V(x_1,\ldots,x_n) = \frac{n!}{x_1!\ldots x_n!} p_1^{x_1}\ldots p_n^{x_n}, \quad \text{si } \sum_j x_j = n \text{ y } x_j \in \mathbb{N}_0 \text{ para cada } j \in \{1.\ldots,n\},$$

   y cero en otro caso.

   (a) Calcule $M_V(t_1,\ldots,t_n)$ y use esto para determinar la distribución de cada X_j.
   (b) Calcule el coeficiente de correlación para cualquier para X_i, X_j con $i \neq j$.