Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemática
Departamento De Estadística
Primer Semestre 2018

EYP1026 - Modelos Probabilísticos
Ayudantía 1

Profesor: Manuel Galea
Ayudante: Esteban Gutiérrez

1. Sea Ω un conjunto finito. Muestre que el conjunto de subconjuntos de Ω tiene exactamente $2^{|\Omega|}$ y es una σ-*algebra*. ¿Y si Ω no es finito?

2. Sean $\{\mathcal{A}_\alpha\}_{\alpha \in A}$ una familia arbitraria de σ-*algebras* definidas en un conjunto Ω. Pruebe que $\cap_{\alpha \in A}\mathcal{A}_\alpha$ es también una σ-*algebra*.

3. Sea $\mathcal{A}$ una σ-*algebra* con $B \in \mathcal{A}$. Pruebe que el conjunto $\mathcal{B} = \{A \cap B \mid A \in \mathcal{A}\}$ es una σ-*algebra* definida en B. Discuta el caso en que $B \notin \mathcal{A}$.

4. (a) Sea $f : \Omega \to \Sigma$ y $\mathcal{B}$ una σ-*algebra* en Σ. Muestre que $\mathcal{A} = \{f^{-1}(B) \mid B \in \mathcal{B}\}$ es una σ-*algebra* definida en Ω.

   (b) Considere $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua y $\mathcal{A} = \{f^{-1}(B) \mid B \in \mathcal{B}\}$, con $\mathcal{B}$ el conjunto de borelianos en $\mathbb{R}$. Pruebe que $\mathcal{A} \subset \mathcal{B}$.