Pontificia Universidad Católica de Chile
EYP1026 2017-2
Profesor: Ana Araneda
Ayudante: Daniel Saavedra (dlsaavedra@uc.cl)

Ayudantía N 8

---

1. Considere X, Y variablesm aleaotrias independientes y continuas. Suponga que $E(X) = E(Y) = \mu \in \mathbb{R}$, $Var(X) = \sigma_X^2$ y $Var(Y) = \sigma_Y^2$ con $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$. Se define $C(\alpha) = \alpha X + (1-\alpha)Y,\ \alpha \in [0,1]$. Muestre que $E[C(\alpha)] = \mu$. Determine α tal que $Var[C(\alpha)]$ sea máxima.

2. Sea X una variable aleatoria continua con función densidad de probabilidad dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} xe^{-x} & si \quad x > 0 \\ \\ 0 & e.o.c \end{cases}$$

   (a) Se define $Y = e^{-aX},\ (a > 0)$. Calcular la esperanza y varianza de Y.

   (b) Se define $R = cX + Z$, donde c es una constante y Z es una variable que toma los valores z_1 y z_2 con probabilidad p y $1-p$, respectivamente. Calcular la esperanza de R.

   Ayuda: $\displaystyle\int_0^{\inf} x^{\alpha-1}e^{-\lambda x}dx = \frac{\Gamma(\alpha)}{\lambda^\lambda},\ \alpha, \lambda > 0.$

3. Sea X una variable aleatoria con distribución Normal $(0, \sigma^2)$. Encuentre su varianza.

4. Sea X una variable aleatoria con distribución Gama(α, β). Encuentre sus momentos de orden $k \in \mathbb{N}$, y utilícelos para obtener $E(X)$ y $Var(X)$.