Pontificia Universidad Católica de Chile
EYP1026 2017-2
Profesor: Ana Araneda
Ayudante: Daniel Saavedra (dlsaavedra@uc.cl)

Ayudantía N 6

---

1. **Problema 1**
   Sea $X \sim Unif(0,1)$ y $n \in \mathbb{N}$. Considere la transformación $N = [nX] + 1$ donde $[\cdot] : \mathbb{R} \to \mathbb{Z}$ es la función parte entera. Deduzca la distribución de N.

2. **Problema 2**
   En cada uno de los siguientes casos encuentre la función de densidad de Y y muestre que integra 1.

   (a) $f_X(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|},\ -\infty < x < \infty;\ \ Y = |X|^3$.

   (b) $f_X(x) = \frac{3}{8}(x+1)^2,\ -1 < x < 1;\ Y = 1 - X^2$

3. **Problema 3**
   Sean X e Y variables aleatorias independientes tales que:

$$f_X(x) = \begin{cases} xe^{-x} & , si\ x > 0 \\ 0 & , si\ x \leq 0. \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{y^2 e^{-y}}{2} & , si\ y > 0 \\ 0 & , si\ y \leq 0. \end{cases}$$

   Encuentre la distribución de $Z = \frac{X}{Y}$.

4. **Problema 4**
   Sea X e Y variables aleatorias i.i.d. con distribución común $Unif(0,1)$. Se define $R = \sqrt{2 \cdot \log(\frac{1}{1-X})}$ y $\Theta = \pi(2 \cdot Y - 1)$. Pruebe que $Z = R \cdot \cos(\Theta)$ y $W = R\sin(\Theta)$ son i.i.d., con distribución común $N(0,1)$.

5. **Problema 5**
   Sean X_1 y X_2 variables aleatorias i.i.d. con distribución $N(0,1)$. Muestre que $Y_1 = X_1^2 + X_2^2$ e $Y_2 = \frac{X_1}{X_2}$ son independientes.