Pontificia Universidad Católica de Chile
EYP1026 2017-2
Profesor: Ana Araneda
Ayudante: Daniel Saavedra (dlsaavedra@uc.cl)

Ayudantía N 5

---

1. Las viviendas sociales de las regiones australes del país han sido diseñadas de manera de soportar la fuerza de las tormentas. Sin embargo, se estima que la probabilidad de que una de ellas falle en una tormenta dada es 7,35%.

   (a) Si la ocurrencia de tormentas en estas regiones ocurre según un proceso de Poisson con tasa de una tormenta cada 5 años, ¿cuál es la probabilidad de que una vivienda dada falle al menos una vez en un período de 25 años?

   (b) Suponga que en un poblado existen 4 de estas viviendas. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos de ellas no fallen durante un período de 25 años? Suponga que las fallas de diferentes viviendas ocurren de manera independiente.

2. En la actualidad una cantidad considerable de encuestas aún se realizan en papel, lo que implica digitar la información, siendo un problema habitual los errores de tipeo. La probabilidad de que un digitador cometa al menos un error de tipeo al ingresar una encuesta puede ser considerada una variable aleatoria, U, con distribución $Unif(0,1)$. Considere un digitador que ingresa n encuestas en una planilla de datos.

   (a) Determine la distribución de probabilidad del número de encuestas ingresadas con al menos un error de tipeo.

   (b) Determine la distribución de probabilidad de U, dado que el número de encuestas con al menos un error de tipeo fue x. Identifique el modelo y sus parámetros.

3. Sean $X \sim Unif(0,1)$ e $Y \sim Unif(0,1)$ variables aleatorias independientes. Deduzca la distribución de $Z = X + Y$ utilizando el teorema de Probabilidad Total.

4. Sea $X \sim Unif(0,1)$ y $n \in \mathbb{N}$. Considere la transformación $N = [nX] + 1$ donde $[\cdot] : \mathbb{R} \to \mathbb{Z}$ es la función parte entera. Deduzca la distribución de N.

5. Determine la densidad de probabilidad de las siguientes funciones de variables aleatorias:

   (a) $Z = X^{-1}$ con $X \sim Cauchy(0,1)$.

   (b) $Z = \alpha + \gamma \log(X)$ con $\alpha \in \mathbb{R}$, $\gamma \in \mathbb{R}^+$ y $X \sim Exp(1)$.

   Nota: $X \sim Cauchy(0,1)$ si su densidad de probabilidad viene dada por

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R}$$