Pontificia Universidad Católica de Chile
EYP1026 2017-2
Profesor: Ana Araneda
Ayudante: Daniel Saavedra (dlsaavedra@uc.cl)

Ayudantía N 3

Problema 1

Sea X una variable aleatoria con función de distribución dada por

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , si\ x < 0 \\ 1 - k(1-x) & , si\ 0 \leq x < k \\ 1 & , si\ x \geq k. \end{cases}$$

(a) Determine las restricciones que debe cumplir k para que $F(x)$ sea una función de distribución. ¿Es X es un v.a discreta, continua, absolutamente continua o mixta?. Justifique

(b) Si $k = 3/4$,¿cuál es la probabilidad del suceso $\{1/2 < X \leq k\}$?

(c) Si $k = 1$,¿cuál es la probabilidad del suceso $\{1/2 < X \leq k\}$?

Problema 2

Sea (X, Y) un vector aleatorio con densidad de probabilidad conjunta

$$f_{XY}(x,y) = \begin{cases} \frac{2}{x}e^{-2x} & , (x,y) \in D \\ 0 & , (x,y) \notin D, \end{cases}$$

con $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \in \mathbb{R}^+,\ y \in (0,x)\}$.

(a) Obtenga la función densidad de probabilidad marginal de X.

(b) Calcule la $\mathbb{P}(X < 2, Y < 3)$

Problema 3

Considere un vector aleatorio mixto (X, Y) para el que

$$p_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^x}{x!}e^{-2y} & , (x,y) \in D \\ 0 & , (x,y) \notin D, \end{cases}$$

Donde de $D = \{0, 1, 2, 3, ...\} \times (0, \infty)$.

(a) Bosqueje el dominio D.

(b) Verifique que la función de probabilidad sume 1 en todo el dominio.

(c) Obtenga las funciones de probabilidad y de densidad de probabilidad marginales de X e Y, respectivamente.

Problema 4

ea (X, Y) un vector aleatorio con densidad de probabilidad conjunta

$$f_{XY}(x,y) = \begin{cases} Cx^{a-1}y^{b-1}(1-x-y)^{c-1} & ,(x,y) \in D \\ 0 & ,(x,y) \notin D, \end{cases}$$

con $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x,y) \in (0,1) \times (0,1),\ y + x < 1\}$ donde $a, b, c \in \mathbb{R}^+$.

(a) Discuta cual es esta distribución.

(b) Demuestre que $C = \frac{\Gamma(a+b+c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)\Gamma(c)}$.

(c) Obtenga la distribución marginal de Y.

Densidades

Normal n-variada :

$$f_X(x) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}|\Sigma|^{1/2}} exp\{-\frac{1}{2}(x-\mu)^t\Sigma^{-1}(x-\mu)\},\ x \in \mathbb{R}^n$$

Beta

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}x^{a-1}(1-x)^{b-1} & ,x \in [0,1] \\ \\ 0 & ,x \notin [0,1] \end{cases} \qquad a, b > 0$$