Pontificia Universidad Católica de Chile
EYP1026 2017-2
Profesor: Ana Araneda
Ayudante: Daniel Saavedra (dlsaavedra@uc.cl)

Ayudantía N 2

Problema 1
Considere una placa rectangular, cuyo largo (X) y ancho (Y) son variables aleatorias con función densidad de probabilidad conjunta:

$$f_{XY}(x,y) = \begin{cases} k(x+y) & ,(x,y) \in D \\ \\ 0 & ,(x,y) \notin D, \end{cases}$$

con $D = (0,2) \times (0,1)$.

(a) Muestre que $k = 1/3$.

(b) Obtenga las funciones densidad de probabilidad marginales de X e Y.

(c) Obtenga la probabilidad de que el ancho de la placa no exceda la mitad de su largo.

Problema 2
Sea (X,Y) vector aleatorio con densidad de probabilidad conjunta:

$$f_{XY}(x,y) = \frac{6}{7}(x+y)^2 \mathbb{I}_{[0,1]\times[0,1]}(x,y).$$

(a) Determine las funciones densidad de probabilidad marginales de X e Y.

(b) Determine $\mathbb{P}(X \leq \frac{1}{2})$

(c) Determine $\mathbb{P}(X+Y \leq 1)$

Problema 3
Sea (X,Y) vector aleatorio con función densidad de probabilidad conjunta dada por

$$f_{XY}(x,y) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda y} & ,(x,y) \in D \\ \\ 0 & ,(x,y) \notin D, \end{cases}$$

donde $\lambda > 0$ y $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq y\}$. Obtenga las funciones densidad de probabilidad marginales de X e Y, y su función de distribución conjunta.

Problema 4

Sea $Z = (X, Y)$ un vector aleatorio con función de probabilidad discreta conjunta p_{XY} dada por:

X/Y	1	3
0	0	1/8
1	3/8	0
2	3/8	0
3	0	1/8

y $p_{XY}(x, y) = 0$, en cualquier otro caso.

(a) Obtenga la función de distribución conjunta de X e Y.

(b) Obtenga las funciones de probabilidad discreta de X e Y.

Problema 5

Sea (X, Y) un vector aleatorio con la siguiente función de distribución:

$$F_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 1 - e^{-x} - e^{-y} + e^{-(x+y)} & , (x, y) \in D \\ \\ 0 & , (x, y) \notin D, \end{cases}$$

Con $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0,\ y > 0\}$.

(a) Calcular $\mathbb{P}(X \leq 1, Y \leq 2)$.

(b) Determinar la función densidad de probabilidad conjunta de X e Y.