Pontificia Universidad Católica de Chile
EYP1026 2017-2
Profesor: Ana Araneda
Ayudante: Daniel Saavedra (dlsaavedra@uc.cl)

Ayudantía N 13

---

1. **Problema 1**
   Considere la forma cuadrática

$$Q(x,y) = 2x^2 + 2y^2 - 2xy - 4x - 10y + 26, \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2$$

   Sea (X,Y) vector aleatorio con densidad conjunta

$$f_{X,Y}(x,y) = Cexp\{-\frac{Q(x,y)}{2}\}\ \mathbb{I}_{(x,y)\in\mathbb{R}^2}$$

   donde $C \in \mathbb{R}^+$ es la constante de normalización respectiva.

   (a) Identifique la distribución de (X,Y).

   (b) Entuentre la esperanza y varianza del vector aleatorio (X,Y).

2. **Problema 2**
   Si $(X_1,X_2)^t \sim N_2(\mu,\Sigma)$, donde $\mu^t = (1,-2)$ y $\sigma_1^2 = 4,\ \sigma_{1,2} = -10,\ \sigma_2^2 = 25$, encuentre las densidades marginales de X_1 y X_2.

3. **Problema 3**
   Sean X_1 y X_2 variables aleatorias independientes con distribución $N(0,1)$. Sea $Y_1 = \alpha + aX_1 + bX_2,\ Y_2 = \beta + cX_1 + dX_2$. Encuentre la distribución conjunta de Y_1 e Y_2.

4. **Problema 4**
   Sea $X = (X_1,X_2,X_3)^t$ un vector aleatorio con distribución Normal multivariada de media $\mu = (-1,1,0)^t$ y matriz de varianza

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

   (a) Encontrar la distribución de la variable aleatoria $Y = X_1 + 2X_2 - 3X_3$

   (b) Encontrar un vector $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^2$ tal que las v.a X_1 y $X_1 - a^t X_{2,3}$ sean independientes, donde

$$X_{2,3} = \begin{bmatrix} X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \tag{1}$$

   (c) Obtenga la distribución condicional de X_3 dado $(X_1,X_2)^t = (x_1^0, x_2^0)$

5. **Problema 5**

Sean X_1, X_2, X_3, X_4 vectores aleatorios independientes con distribución $N_2(\mu, \Sigma)$, donde $\mu = (1,2)^t$ y varianza dada por

$$\Sigma = \begin{matrix} 1 & 0.1 \\ 0.1 & 2 \end{matrix}$$

(a) Encontrar la distribución del vector aleatorio. $Y = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3 + \frac{1}{4}X_4$

(b) Calcular la correlación entre las coordenas de X_1. Observar que cambios se producen en la correlación entre las coordenadas de Y.