Pontificia Universidad Católica de Chile
EYP1026 2017-2
Profesor: Ana Araneda
Ayudante: Daniel Saavedra (dlsaavedra@uc.cl)

Ayudantía N 11

---

1. Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad conjunta

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{2}{x} e^{-2x} \mathbb{I}\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \in \mathbb{R}^+, y \in (0,x)\}$$

   Calcule $Cov(X,Y)$ y $Cov(X^2, Y^2)$.

2. Una pequeña compañía distribuidora de Gas natural posee una planta de abastecimiento con capacidad de 1.000 m^3 . Las fuentes de suministros pueden ser de origen Argentino o bien desde Quintero. Si X corresponde a la cantidad de gas (en miles de m^3) suministrado desde Argentina e Y la cantidad de gas (en miles de m^3) suministrado desde Quintero. Suponga que X e Y se comportan como variables aleatorias regidas por la siguiente función de densidad conjunta

$$f_{X,Y}(x,y) = 24xy(x,y) \in D$$

   Donde $D = \{(x,y) \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq 1,\ 0 \leq x+y \leq 1\}$.
   Calcule la asociación que existe entre la cantidad de gas proveniente desde Argentina y de Quintero.

3. Demuestre las siguientes observaciones vistas en clases:

   (a) Sea X e Y variables aleatorias,y $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Entonces:

$$Cov(aX + b, cY + d) = a \cdot c \cdot Cov(X,Y)$$

$$\rho(aX + b, cY + d) = signo(a) \cdot signo(c) \cdot \rho(X,Y)$$

   (b) Sean $X_1, ..., X_n, Y_1, ..., Y_m$ variables aleatorias. Entonces:

$$Cov(\sum_{i=1}^{n} X_i \cdot \sum_{j=1}^{m} Y_m) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} Cov(X_i, Y_j)$$

   (c) Sea $X = (X_1, ..., X_n)^t$ un vector aleatorio e $Y = AX$, con $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Entonces se tiene que:

$$E(Y) = AE(X)$$

$$Var(Y) = AVar(X)A^t$$

4. Sean X, Y, Z v.a con matriz de covarianzas

$$V = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

(a) Calcule $Var[X + Y + Z]$.

(b) Muestre que $X - Y$, $X + Z$ y $2Y - Z$ no están correlacionadas.