Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística

EYP1026 - MODELOS PROBABILÍSTICOS
Ayudantía N°12

Profesor: Guido del Pino
Ayudante: José Quinlan
Fecha: 02 de Noviembre - 2016

1. Sea $\{U_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias independientes con densidad común

$$f(u) = \mathbb{I}(u \in [0,1]).$$

Defina

$$V_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} U_k^2$$
$$W_n = \sum_{k=1}^{n} \mathbb{I}(|U_k - 0.5| > 0.4).$$

a) Determine $c \in \mathbb{R}$ tal que $V_n \xrightarrow{\mathbb{P}} c$.

b) Calcule aproximadamente $\mathbb{P}(V_{45} \geq 0.3)$ y $\mathbb{P}(W_{100} \geq 25)$.

2. Sea $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una secuencia de variables aleatorias independientes con distribución común Poisson(1). Utilizando dicha secuencia, aplique el Teorema del Límite Central para deducir el siguiente resultado:

$$\lim_{n\to\infty} \exp\{-n\} \sum_{k=0}^{n} \frac{n^k}{k!} = \frac{1}{2}.$$

3. Una figura geométrica G con área desconocida $a \in \mathbb{R}^+$ está localizada dentro del cuadrado unitario $C = [0,1]\times[0,1]$. Considere el vector aleatorio $V = (X,Y)$ cuya distribución es Uniforme(C), es decir, su densidad de probabilidad viene dada por

$$f(x,y) = \mathbb{I}((x,y) \in C).$$

Defina la variable aleatoria $T = \mathbb{I}(V \in G)$.

a) Calcule $\mathrm{E}[T]$ y $\mathrm{Var}[T]$.

b) ¿Cómo podría estimar a a partir de una secuencia $\{V_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ de vectores aleatorios independientes con distribución común Uniforme(C)?.