Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística

# EYP1026 - MODELOS PROBABILÍSTICOS
## Ayudantía N°3

Profesor: Guido del Pino
Ayudante: José Quinlan
Fecha: 24 de Agosto - 2016

1. Sea $X \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$ con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. Calcule $\text{E}[X^r(1-X)^s] : r, s \in \mathbb{R}^+$.

2. Sea $X \sim \text{Binomial}(n, p)$ con $n \in \mathbb{N}$ y $p \in (0, 1)$. Calcule:

   *a*) $\text{E}[X]$.

   *b*) $\text{Var}[X]$.

   *c*) $\text{E}[\exp(tX)] : t \in \mathbb{R}$.

   *d*) $\text{E}[(1+X)^{-1}]$.

3. Sea $X \sim \text{Uniforme}(0, 1)$ y $n \in \mathbb{N}$. Considere la transformación $N = [nX] + 1$ donde $[\,\cdot\,] : \mathbb{R} \to \mathbb{Z}$ es la función parte entera.

   *a*) Deduzca la distribución de $N$.

   *b*) Calcule $\text{E}[N]$ y $\text{Var}[N]$.

4. Sea $T \sim \text{Exponencial}(\lambda)$ con $\lambda \in \mathbb{R}^+$. Divida $\mathbb{R}^+$ en intervalos $I_k = (k\Delta - \Delta, k\Delta] : k \in \mathbb{N}$ todos con longitud común $\Delta \in \mathbb{R}^+$. Considere la transformación $M = k\, 1_{I_k}(T)$ donde $1_{I_k}(\,\cdot\,) : \mathbb{R} \to \{0, 1\}$ es la función indicatriz del conjunto $I_k$.

   *a*) Deduzca la distribución de $M$.

   *b*) Calcule $\text{E}[M]$ y $\text{Var}[M]$.