

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC2223/IIC2224 — Teoría de autómatas y lenguajes formales — 2' 2025

TAREA 4

Publicación: Viernes 17 de octubre.
Entrega: **Jueves 23 de octubre hasta las 23:59 horas**.

Indicaciones

- Debe entregar una solución para cada pregunta (sin importar si está en blanco).
- Cada solución debe estar escrita en LaTeX. No se aceptarán tareas escritas a mano ni en otro sistema de composición de texto.
- Responda cada pregunta en una hoja separada y ponga su nombre en cada hoja de respuesta.
- Debe entregar una copia digital por el buzón del curso, antes de la fecha/hora de entrega.
- **Se penalizará con 1 punto en la nota final de la tarea por cada regla que no se cumpla.**
- La tarea es individual.

Pregunta 1

Considere el siguiente problema:

Problema:	Find-One
Input:	Un NFA $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Delta, I, F)$ y $w = a_1 \dots a_n \in \Sigma^*$.
Output:	Un par (i, j) con $i \leq j$ tal que $a_i \dots a_j \in \mathcal{L}(\mathcal{A})$, o $\perp$ si no existe.

Esto es, el problema Find-One consiste en, dado un NFA $\mathcal{A}$ y una palabra w, entregar algún par de índices (i, j) tal que la subpalabra $a_i \dots a_j \in \mathcal{L}(\mathcal{A})$, o $\perp$ si no existe (esto es, null). Notar que pueden existir muchos posibles resultados pero se pide entregar uno solo.

Escriba una algoritmo que resuelva Find-One en tiempo $\mathcal{O}(|\mathcal{A}| \cdot |w|)$ donde $|\mathcal{A}|$ es el número de estados y transiciones de $\mathcal{A}$. Demuestre la correctitud de su algoritmo.

Pregunta 2

Sea $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Delta, q_0, F)$ un NFA. Para un estado $p \in Q$, se define un NFA $\mathcal{A}_p = (Q, \Sigma, \Delta, q_0, \{p\})$ donde el único estado final es p. Decimos que $\mathcal{A}$ es *jerárquico* si para todo $p, q \in Q$ se cumple que:

$$\mathcal{L}(\mathcal{A}_p) \subseteq \mathcal{L}(\mathcal{A}_q) \quad \text{o} \quad \mathcal{L}(\mathcal{A}_q) \subseteq \mathcal{L}(\mathcal{A}_p) \quad \text{o} \quad \mathcal{L}(\mathcal{A}_p) \cap \mathcal{L}(\mathcal{A}_q) = \emptyset.$$

1. Dado $w = a_1 \dots a_n \in \Sigma^*$, recuerde que $\mathcal{A}_w = (\{0, \dots, n\}, \Sigma, \Delta, \{0\}, \{n\})$ es el autómata tal que $\Delta = \{(0, a, 0) \mid a \in \Sigma\} \cup \{(i, a_{i+1}, i+1) \mid i < n\}$. Demuestre que $\mathcal{A}_w$ es un autómata jerárquico.
2. Sea $\mathcal{A}^{\text{det}} = (Q^{\text{det}}, \Sigma, \delta^{\text{det}}, \{q_0\}, F^{\text{det}})$ la determinización de $\mathcal{A}$ tal que Q^{det} contiene solo los estados alcanzables desde $\{q_0\}$. Demuestre que si $\mathcal{A}$ es jerárquico, entonces $|Q^{\text{det}}| \leq |Q|$.

Evaluación y puntajes de la tarea

Cada item de cada pregunta se evaluará con un puntaje de 0, 1, 2, 3 o 4 puntos. Todas las preguntas tienen la misma ponderación en la nota final y cada item tiene la misma ponderación en cada pregunta.