Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemática

Ayudantía

MAT1610 -1 2020 -2

jscatalan@ing.puc.cl





Recordemos

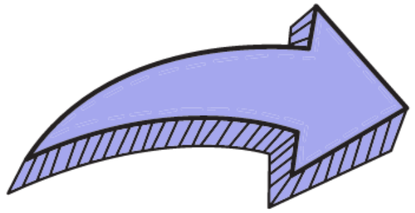
Integración por partes (integral definida)

$$\int_a^b u(x)v'(x)\,dx = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int_a^b v(x)u'(x)\,dx$$

Integración por partes (integral indefinida)

$$\int u(x)v'(x)\,dx = u(x)v(x) - \int v(x)u'(x)\,dx$$

Nemotecnia **infalible**











¿Qué puede salir **mal**?



$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

un día vi una vaca vestida de uniforme





¿Cuál es el **secreto**?





Priorización para elegir **u**





ILATE

$$\int$$

Inversa
Logaritmo
Algebraica
Trigonométrica
Exponencial

Volumen por secciones transversales

Si $A(x)$ es la función área de las secciones transversales de un sólido S, entonces el volumen del sólido está dado por

$$V = \int_a^b A(x)\,dx$$



use formula

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$





Subtract volume of cylinder and cones

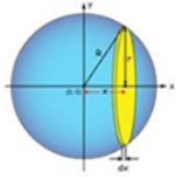
$$V_s = 2(\pi r^2 h - \frac{h}{3}\pi r^2)$$





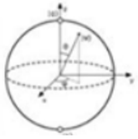
Solving by volume of revolution

$$V = 4\pi \int_0^r x\sqrt{(r^2 - x^2)}dx$$





Triple integral over spherical co-ordinates

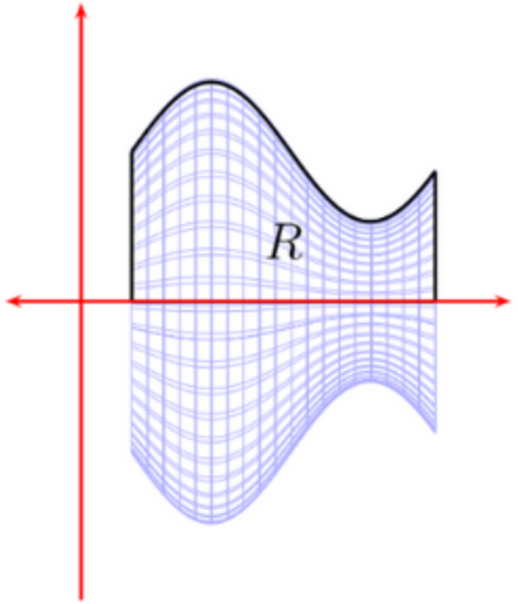


$$\iiint_S \rho^2 \sin\varphi \, d\rho \, d\theta \, d\varphi$$



Volumen por discos

Si S es el sólido de revolución resultante al rotar la región R en torno al eje X (ver figura)

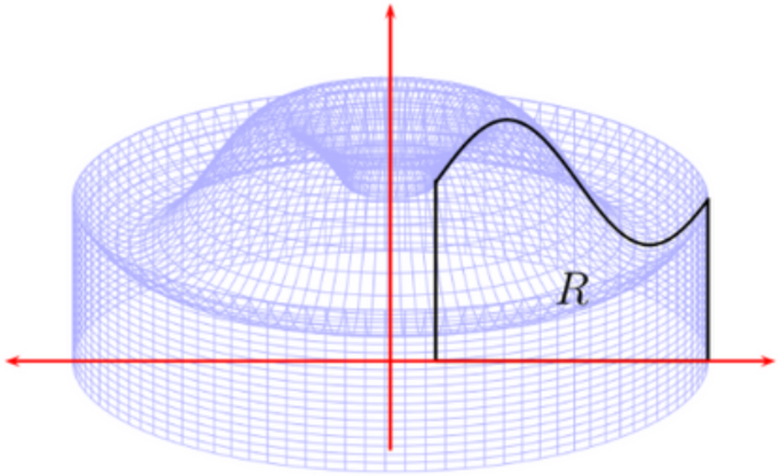


entonces el volumen del sólido está dado por

$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 \, dx$$

Volumen cascarónes cilíndricos

Si S es el sólido de revolución resultante al rotar la región R en torno al eje Y (ver figura)



entonces el volumen del sólido está dado por

$$V = 2\pi \int_a^b x f(x)\, dx$$

Nuevo

Algoritmo de la División

Si P y Q son polinomios con $\text{grad}(P) \geq \text{grad}(Q)$, entonces existen polinomios D y R tales que

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = D(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$

donde $0 \leq \text{grad}(D) < \text{grad}(Q)$.

Técnica de Fracciones Parciales

La técnica de **fracciones parciales** consiste en escribir la expresión racional $R(x)/Q(x)$ como suma de fracciones del tipo

$$\frac{A}{(ax+b)^i} \qquad \text{o bien} \qquad \frac{Ax+B}{(ax^2+bx+c)^j}$$

Casos de **fracciones parciales**

Fracciones parciales: Caso 1

Si $Q(x) = (a_1x + b_1) \cdot \ldots \cdot (a_kx + b_k)$, sin factores repetidos, entonces

$$\frac{R(x)}{Q(x)} = \frac{A_1}{a_1x + b_1} + \ldots + \frac{A_k}{a_kx + b_k}$$



Fracciones parciales: **Caso 2**

Si Q tiene entre sus factores $(ax+b)^r$, con $r>1$, entonces en lugar del término $A/(ax+b)$ usaremos

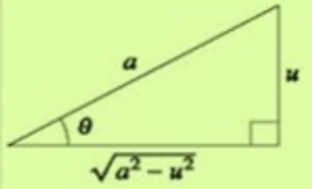
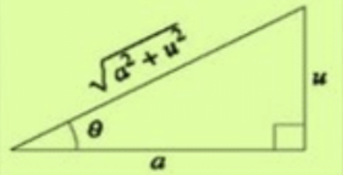
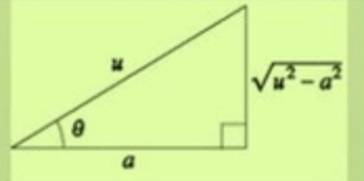
$$\frac{A_1}{ax+b}+\frac{A_2}{(ax+b)^2}+\ldots+\frac{A_y}{(ax+b)^r}$$

Fracciones parciales: **Caso 3**

Si Q tiene entre sus factores $ax^2 + bx + c$, con $b^2 - 4ac < 0$, entonces la fracción parcial de $R(x)/Q(x)$ tendrá un término de la forma

$$\frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c}$$

Sustitución **Trigonométrica**

Radical que contiene la función integrando	Sustitución o cambio de variable	Triángulo rectángulo a usar
$\sqrt{a^2 - u^2}$	$u = a\text{sen}\theta$ $du = a\cos\theta\, d\theta$	
$\sqrt{a^2 + u^2}$	$u = a\tan\theta$ $du = a\sec^2\theta d\theta$	
$\sqrt{u^2 - a^2}$	$u = a\sec\theta$ $du = a\sec\theta\tan\theta d\theta$	



slaps roof this baby can fit so many trigonometric identities

Dudas a jscatalan@ing.puc.cl o
@mat__now

Posts de **materias** y **ejercicios** de diversos ramos matemáticos de Ingeniería Civil Plan Común*

MATNOW
COMPRENSIÓN SENCILLA E INTERACTIVA