Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística
Primer Semestre 2026

Introducción al Álgebra y Geometría - MAT1207
Interrogación N°1

Pregunta Nº1. Sean p, q, r tres proposiciones lógicas.

(a) [4 puntos] Construya las tablas de verdad de las proposiciones

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \qquad \text{y} \qquad (p \Rightarrow q) \Rightarrow r\,,$$

y luego concluya que

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \quad \text{no es lógicamente equivalente a} \quad (p \Rightarrow q) \Rightarrow r\,.$$

(b) [2 puntos] Demuestre, sin utilizar tablas de verdad, que

$$[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]\,.$$

Solución.

(a) Comenzamos por escribir, en forma equivalente, las proposiciones propuestas:

$$\begin{aligned} & p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \\ \Longleftrightarrow\ & \overline{p} \vee (q \Rightarrow r) \quad \text{(caracterización de la implicancia)} \\ \Longleftrightarrow\ & \overline{p} \vee (\overline{q} \vee r) \quad \text{(caracterización de la implicancia)} \\ \Longleftrightarrow\ & \overline{p} \vee \overline{q} \vee r \quad \text{(asociatividad del conector de disyunción)}\,, \end{aligned}$$

y también

$$\begin{aligned} & (p \Rightarrow q) \Rightarrow r \\ \Longleftrightarrow\ & \overline{(p \Rightarrow q)} \vee r \quad \text{(caracterización de la implicancia)} \\ \Longleftrightarrow\ & \overline{(\overline{p} \vee q)} \vee r \quad \text{(caracterización de la implicancia)} \\ \Longleftrightarrow\ & (p \wedge \overline{q}) \vee r \quad \text{(Leyes de de Morgan)}\,. \end{aligned}$$

Luego, usando una tabla de verdad vemos que

p	q	r	$\overline{p}$	$\overline{q}$	$\overline{r}$	$\overline{p} \vee \overline{q} \vee r$	$p \wedge \overline{q}$	$(p \wedge \overline{q}) \vee r$
V	V	V	F	F	F	V	F	V
V	V	F	F	F	V	F	F	F
V	F	V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	F	F	V	F	V
F	V	F	V	F	V	V	F	F
F	F	V	V	V	F	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V	F	F

Dado que la séptima columna de la tabla anterior no coincide con la novena columna, se deduce que

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \quad \text{no es lógicamente equivalente a} \quad (p \Rightarrow q) \Rightarrow r\,.$$

(b) Procedemos tomando como partida la proposición de la derecha:

$$\begin{aligned}
& (p \wedge q) \Rightarrow r \\
\iff & \overline{(p \wedge q)} \vee r \quad \text{(caracterización de la implicancia)} \\
\iff & (\overline{p} \vee \overline{q}) \vee r \quad \text{(Leyes de De Morgan)} \\
\iff & \overline{p} \vee (\overline{q} \vee r) \quad \text{(asociatividad del conector de disyunción)} \\
\iff & p \Rightarrow (\overline{q} \vee r) \quad \text{(caracterización de la implicancia)} \\
\iff & p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \quad \text{(caracterización de la implicancia).}
\end{aligned}$$

Criterio de Corrección (CC) - Pregunta Nº1.

(CC1) [(a)] 3 puntos por confeccionar correctamente la tabla de verdad, identificando claramente las columnas intermedias.

(CC2) [(a)] 1 puntos por argumentar, en base a la tabla de verdad ya confeccionada, que las proposiciones del enunciado no son equivalentes.

(CC3) [(b)] 2 puntos por escribir correctamente la forma equivalente de la proposición $(p \wedge q) \Rightarrow r$. La respuesta debe ser justificada, en el sentido de que deben haber equivalencias intermedias (no es necesario que los alumnos escriban el nombre de la propiedad invocada).

Pregunta Nº2. Sean p, q, r, s, t proposiciones lógicas dadas.

(a) [3 puntos] Suponiendo que la implicancia $p \Longrightarrow q$ es falsa, determine el valor de verdad de la siguiente proposición:

$$[(p \vee r) \wedge \overline{q}\,] \Longrightarrow [(\overline{p} \wedge s) \Longrightarrow (t \vee p)]\,.$$

(b) [3 puntos] Supóngase que la proposición

$$[(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{(r \Rightarrow s)} \wedge \overline{t}\,] \Longrightarrow [s \vee (q \Rightarrow s)]$$

es falsa. Determine los valores de verdad de las proposiciones p, q, r, s, t.

Solución.

(a) Recordemos que

$$(p \Longrightarrow q) \quad \Longleftrightarrow \quad (\overline{p} \vee q) \quad \text{(caracterización de la implicancia)}\,,$$

y entonces, por hipótesis, $\overline{p}$ y q han de ser falsas, esto es:

$$p \equiv V \qquad \text{y} \qquad q \equiv F\,.$$

Siguiendo este razonamiento, hallamos que:

$$(p \vee r) \wedge \overline{q} \quad \Longleftrightarrow \quad (V \vee r) \wedge V \quad \Longleftrightarrow \quad V \wedge V \quad \Longleftrightarrow \quad V\,.$$

A su vez,

$$[(\overline{p} \wedge s) \Longrightarrow (t \vee p)] \quad \Longleftrightarrow \quad [(F \wedge s) \Longrightarrow (t \vee p)] \quad \Longleftrightarrow \quad [F \Longrightarrow (t \vee p)] \quad \Longleftrightarrow \quad V\,.$$

Luego, al ser verdaderas las proposiciones $(p \vee r) \wedge \overline{q}$ y $[(\overline{p} \wedge s) \Longrightarrow (t \vee p)]$, se deduce que la implicancia

$$[(p \vee r) \wedge \overline{q}\,] \Longrightarrow [(\overline{p} \wedge s) \Longrightarrow (t \vee p)]$$

es automáticamemte verdadera.

(b) Recordando la tabla de verdad asociada a la implicancia, deducimos inmediatamente que:

$$[(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{(r \Rightarrow s)} \wedge \overline{t}\,] \equiv V \qquad \text{y} \qquad [s \vee (q \Rightarrow s)] \equiv F\,.$$

Analizamos, entonces, cada una de estas dos proposiciones por separado:
• Como $[s \vee (q \Rightarrow s)] \equiv F$, entonces $s \equiv F$ y $(q \Rightarrow s) \equiv F$. Esto, a su vez, implica que $q \equiv V$.
• Como $[(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{(r \Rightarrow s)} \wedge \overline{t}\,] \equiv V$, entonces $(p \Leftrightarrow q) \equiv \overline{(r \Rightarrow s)} \equiv \overline{t} \equiv V$. Sigue que $t \equiv F$ y $p \equiv V$, al ser p equivalente a q. Además, como $(r \Rightarrow s) \equiv F$, se deduce que $r \equiv V$.
En conclusión:

$$p \equiv q \equiv r \equiv V \qquad \text{y} \qquad s \equiv t \equiv F\,.$$

Criterio de Corrección (CC) - Pregunta Nº2.

(CC1) [(a)] 0.5 puntos por determinar que $p \equiv V$ y $q \equiv F$, en base a la hipótesis del ejercicio.

(CC2) [(a)] 1 punto por determinar que la proposición $(p \vee r) \wedge \overline{q}$ es verdadera.

(CC3) [(a)] 1 punto por determinar que la proposición $[(\overline{p} \wedge s) \Longrightarrow (t \vee p)]$ es verdadera.

(CC4) [(a)] 0.5 puntos por concluir que la implicancia $[(p \vee r) \wedge \overline{q}\,] \Longrightarrow [(\overline{p} \wedge s) \Longrightarrow (t \vee p)]$ es verdadera.

(CC5) [(b)] 0.5 puntos por determinar que $[(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{(r \Rightarrow s)} \wedge \overline{t}\,] \equiv V$.

(CC6) [(b)] 0.5 puntos por determinar que $[s \vee (q \Rightarrow s)] \equiv F$.

(CC7) [(b)] 0.5 puntos por determinar que $s \equiv F$.

(CC8) [(b)] 0.5 puntos por determinar que $q \equiv V$.

(CC9) [(b)] 0.5 puntos por determinar que $t \equiv F$ y que $p \equiv V$.

(CC10) [(b)] 0.5 puntos por determinar que $r \equiv V$.