Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemáticas
Primer Semestre 2025

**Introducción al Álgebra y Geometría - MAT1207**
**Interrogación N°2**

1. Sea $U = \{r, e, m, o, l, i, n, a\}$ el conjunto universo y sean $A = \{m, o, n, a\}$, $B = \{r, e, m, o\}$ y $C = \{l, i, m, o, n\}$ subconjuntos de $U$.

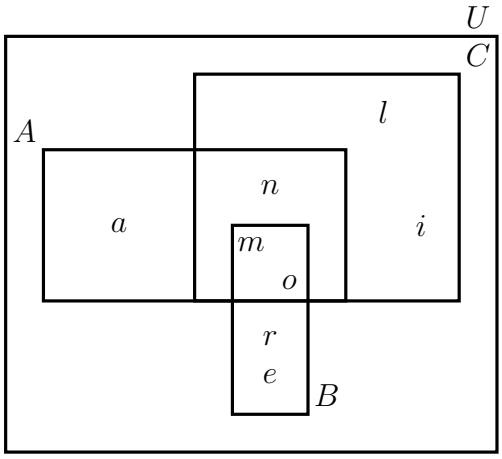
   a) Distribuya los elementos de $U$ en un diagrama de Venn adecuado.

   b) Describa por extensión el conjunto $(A^C - B)^C - C$.

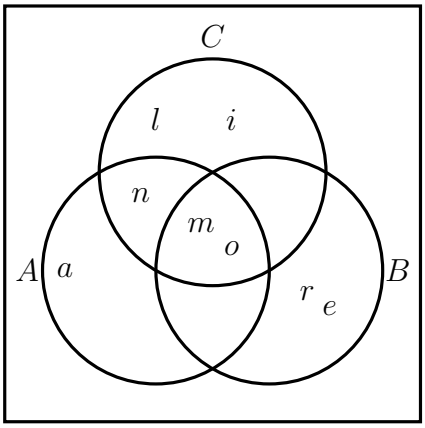
   c) Exprese el conjunto $\{a, r, e, n\}$ como resultado de operaciones entre los conjuntos $A$, $B$ y $C$.

   **Solución.**

   a) El diagrama de Venn se ve a continuación




   También es correcto considerar el diagrama de Venn:



b) Usando las propiedades de los conjuntos vemos que

$$(A^C - B)^C - C = (A^C \cap B^C)^C - C = (A \cup B) \cap C^C = \{m, o, n, a, r, e\} \cap \{r, e, a\} = \{r, e, a\}$$

c) Tenemos que $B - A = \{r, e\}$ y $A - B = \{n, a\}$ entonces $(B - A) \cup (A - B) = \{a, r, e, n\}$.

**Puntaje Pregunta 1.**

- 2 puntos por realizar el diagrama de Venn.
- 2 punto por obtener que $(A^C - B)^C - C = \{r, e, a\}$
- 2 puntos por hallar conjuntos y operaciones que den como resultado $\{a, r, e, n\}$, puede haber más de una forma de encontrar estos conjuntos.

2. Demuestre que se cumple la siguiente igualdad entre conjuntos

$$[A - (B - A^C)]^C \cap A^C = A^C \, .$$

**Solución.** Usando las propiedades de los conjuntos, se tiene que

$$\begin{aligned}
[A - (B - A^C)]^C \cap A^C &= [A \cap (B - A^C)^C]^C \cap A^C && \text{(caracterización diferencia)} \\
&= [A^C \cup ((B - A^C)^C)^C] \cap A^C && \text{(De Morgan)} \\
&= [A^C \cup (B - A^C)] \cap A^C && \text{(doble complemento)} \\
&= [A^C \cup (B \cap (A^C)^C)] \cap A^C && \text{(caracterización diferencia)} \\
&= [A^C \cup (B \cap A)] \cap A^C && \text{(doble complemento)} \\
&= [(A^C \cup B) \cap (A^C \cup A)] \cap A^C && \text{(distributividad)} \\
&= [(A^C \cup B) \cap (U)] \cap A^C \\
&= [A^C \cup B] \cap A^C \\
&= A^C && \text{(absorción)}
\end{aligned}$$

**Puntaje Pregunta 2.**

- 1 puntos por usar la propiedad de caracterización de la diferencia.
- 1 punto por usar la Ley de De Morgan.
- 1 puntos por usar la propiedad distributiva.
- 1 punto por usar la propiedad de absorción.
- 2 puntos por demostrar la igualdad de manera correcta.