Clase 07 - Compuertas lógicas

IIC1001 - Algoritmos y Sistemas Computacionales

Cristian Ruz – cruz@uc.cl

Martes 7-Abril-2026

Departamento de Ciencia de la Computación
Escuela de Ingeniería
Pontificia Universidad Católica de Chile

Contenidos

Contacto

Temas

Representación numérica

Contenidos

Contacto

Temas

Representación numérica

Contacto

🐐

vicente.cabra@uc.cl

Vicente Cabra

Ayudante jefe



🐸

alejandro.tapia@uc.cl

Alejandro Tapia

Ayudante jefe



🛼

gabriel.sandoval@uc.cl

Gabriel Sandoval

Ayudante jefe



Contenidos

Contacto

Temas

Representación numérica

Temas del curso

Sistemas computacionales

- Representación datos, números y codificación
- Funcionamiento hardware, procesadores y memoria.
- Funcionamiento de sistemas operativos: ejemplo scheduling
- Funcionamiento de Internet
- Herramientas computacionales: github + latex

Algoritmos

- Algoritmos y resolución de problemas
- Eficiencia algorítmica
- Estructuras secuenciales y ordenamiento
- Grafos y árboles

Próximos eventos

Jueves 9-Abril: Actividad 3. En grupos aleatorios

- Compuertas lógicas
- Circuitos digitales simples

Viernes 10-Abril, 14:50: Ayudantía (opcional).

- Orientada a la Interrogación 1
- Sala por confirmar

Martes 14-Abril: Interrogación 1.

- Hasta circuitos sumadores.

Contenidos

Contacto

Temas

Representación numérica

¿Qué sabemos?

Representaciones numéricas, operatoria y codificación

- Bases numéricas: 2, 10, 16
- Bits y bytes
- Codificación de caracteres (mapas, *encodings*)
- Operaciones aritméticas básicas

Sabemos como el computador los representa.

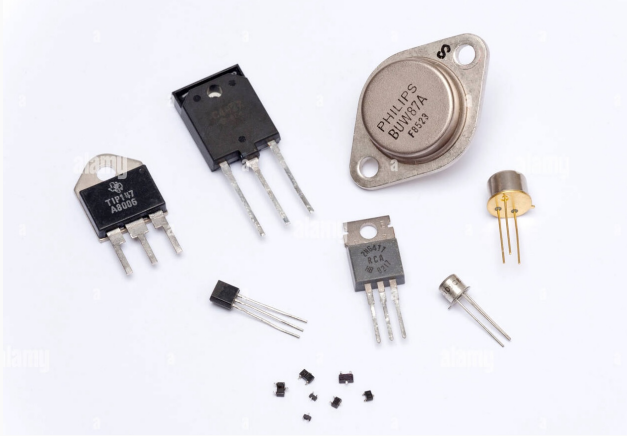
¿Cómo las implementa y opera con ellas?

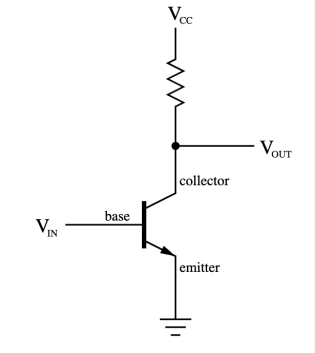
La magia física

Representación de 0 y 1

Transistores

- Dispositivo semiconductor
- Un voltaje aplicado a una entrada, permite controlar el voltaje de la salida
- Cierto nivel de voltaje puede interpretarse como “hay señal”, y la ausencia de ese voltaje indica que “no hay señal”.





La magia teórica

S.XIX, George Boole

- Desarrolla sistema formal para analizar proposiciones lógicas
- Proposiciones lógicas se basan en “valores de verdad”: Verdadero (V) ó Falso (F)
- Lógica booleana: operaciones `not`, `and`, `or`
- Álgebra booleana: operaciones algebraicas entre valores lógicos

1937, Claude Shannon

- Álgebra booleana puede usarse para representar valores numéricos (binarios)
- Valor Verdadero (`True`): 1
- Valor Falso (`False`): 0

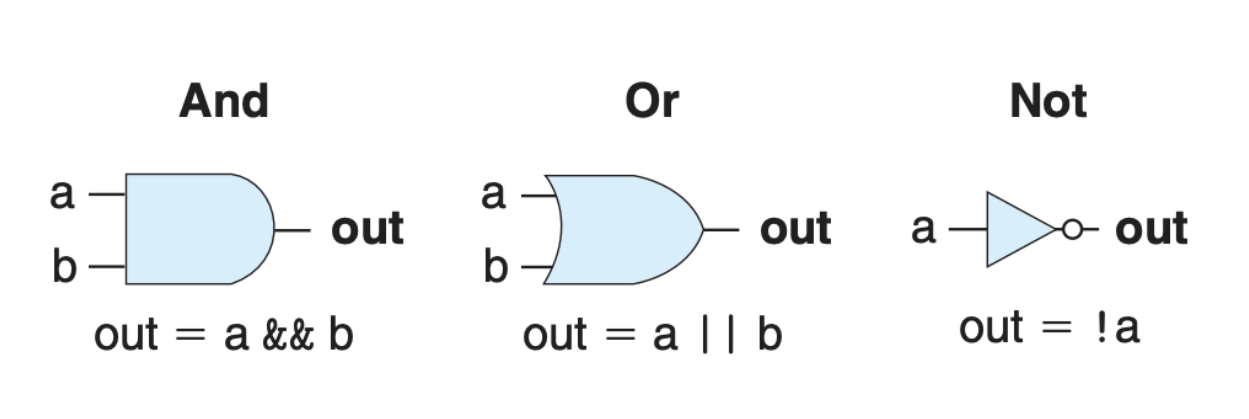
Implementación se basa en compuertas lógicas:

`not`, `and`, `or`, `xor` ... (hay más)

Compuertas lógicas

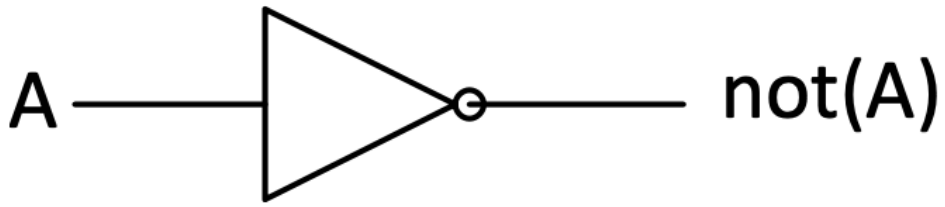
Componentes electrónicas que implementa las condiciones lógicas de Boole.

Poseen una cantidad de valores (bit) de entrada y entregan como resultado uno o más valores (bits) de salida de acuerdo a una tabla.



Compuerta NOT

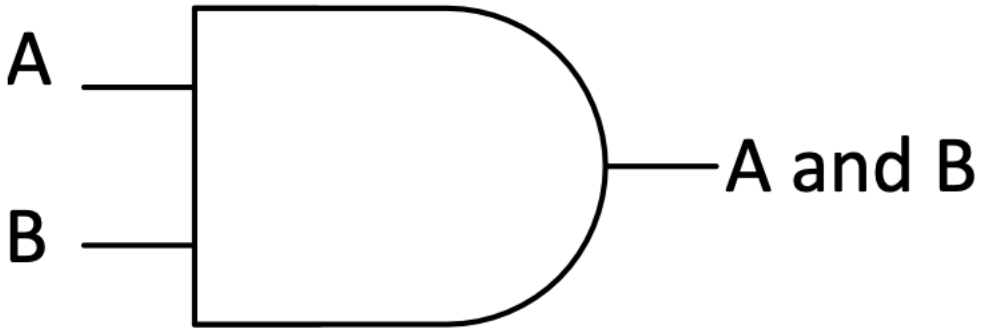
Entrada es lo opuesto de la salida: $\text{not}(A) = \neg A$



A	not(A)
0	1
1	0

Compuerta AND

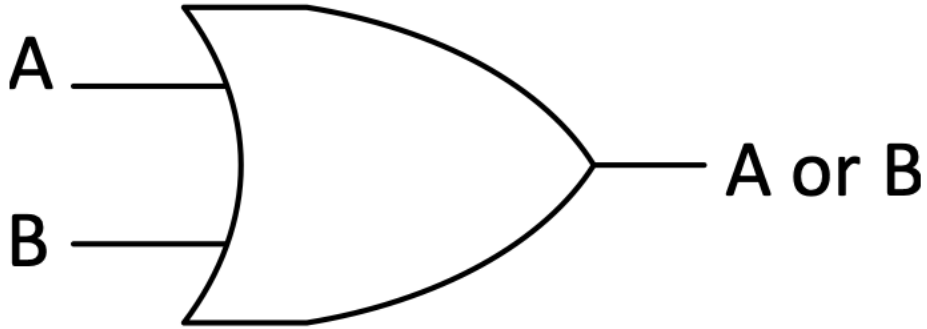
Entrada es verdadera (1) sólo cuando **ambas** entradas son verdaderas: A **and** $B = A \wedge B$



A	B	A and B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Compuerta OR

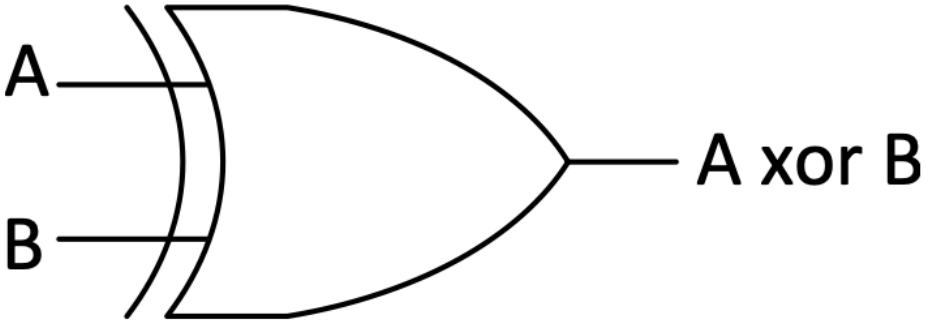
Entrada es verdadera (1) cuando **al menos una** de las entradas son verdaderas: $A \texttt{ or } B = A \vee B$



A	B	A or B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Compuerta XOR

Entrada es verdadera (1) cuando **exactamente una** de las entradas son verdaderas: $A \texttt{ xor } B = A \bigoplus B$

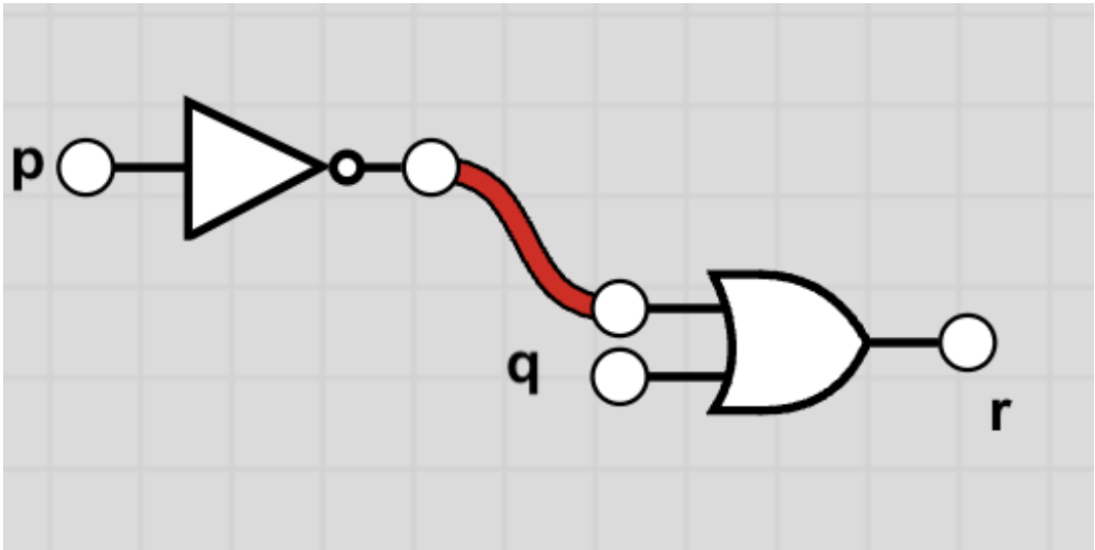


A	B	A xor B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Circuitos binarios

Mezclando entradas y salidas de diferentes compuertas podemos construir circuitos que implementan operaciones lógicas.

¿Qué salidas se obtienen del siguiente circuito? (I2, 2023-1)



Circuitos binarios

Construir un circuito cuya salida sea 1 solamente si ambos bit de entrada son iguales.

a	b	a **eq** b
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

¿Cómo se escribiría en álgebra booleana?

¿Cómo se escribiría un circuito lógico?

Circuitos sumadores

Podemos empezar a construir circuitos que implementen operaciones aritméticas.

¿Cómo sería relación entrada/salida? $S(A, B) = A + B$

A	B	$A + B$
0	0	00
0	1	01
1	0	01
1	1	10

Circuitos sumadores

Podemos empezar a construir circuitos que implementen operaciones aritméticas.

¿Cómo sería relación entrada/salida? $S(A, B) = A + B$

A	B	$A + B$
0	0	00
0	1	01
1	0	01
1	1	10

¡Pero la salida de una suma de dos números de un 1 bit son dos bit!

Circuitos sumadores

INPUT: bit A y bit B

OUTPUT: dos bit. Podemos separarlos: S_1, S_0

A	B	$A + B = S_1S_0$	S_1	S_0
0	0	00	0	0
0	1	01	0	1
1	0	01	0	1
1	1	10	1	0

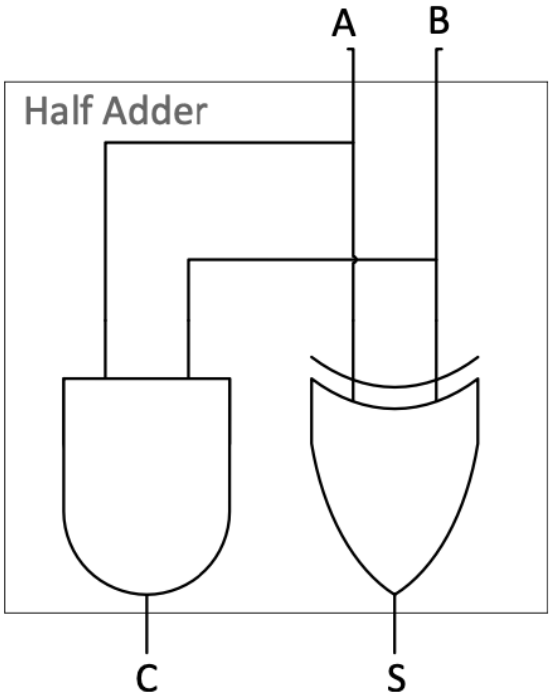
Circuitos sumadores

INPUT: bit A y bit B

OUTPUT: dos bit. Podemos separarlos: S_1, S_0

A	B	$A + B = S_1S_0$	S_1	S_0
0	0	00	0	0
0	1	01	0	1
1	0	01	0	1
1	1	10	1	0

Half-adder



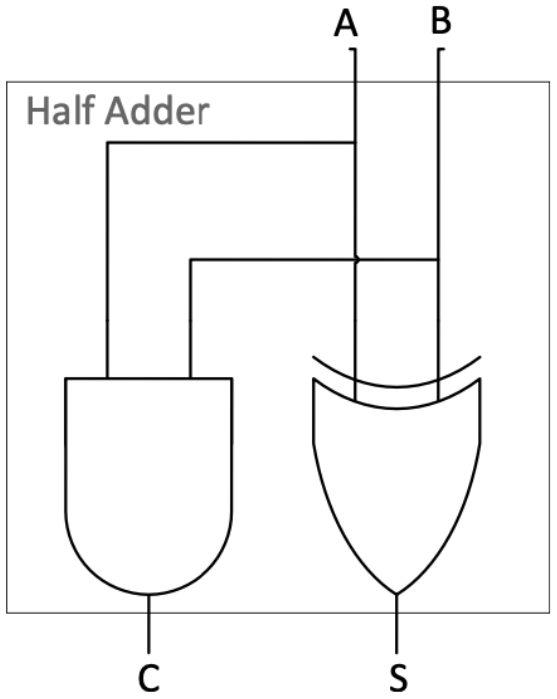
Circuitos sumadores

INPUT: bit A y bit B

OUTPUT: dos bit. Podemos separarlos: S_1, S_0

A	B	$A + B = S_1S_0$	S_1	S_0
0	0	00	0	0
0	1	01	0	1
1	0	01	0	1
1	1	10	1	0

Half-adder



Con esto podemos dos números de 1 bit.

¿Cómo sumar números más grandes?

Circuitos sumadores

¿Cómo sumar números, por ejemplo, de 2-bit?

INPUT: dos números de dos bit: $A = A_1A_0$, $B = B_1B_0$

OUTPUT: $A + B = S$ ¿cuántos bit?

Hay que ver cómo funciona la suma

$$\begin{array}{cccccc} & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & \\ & 1 & 0 & 0 & 1 & \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 0 & \end{array}$$

Circuitos sumadores

¿Cómo sumar números, por ejemplo, de 2-bit?

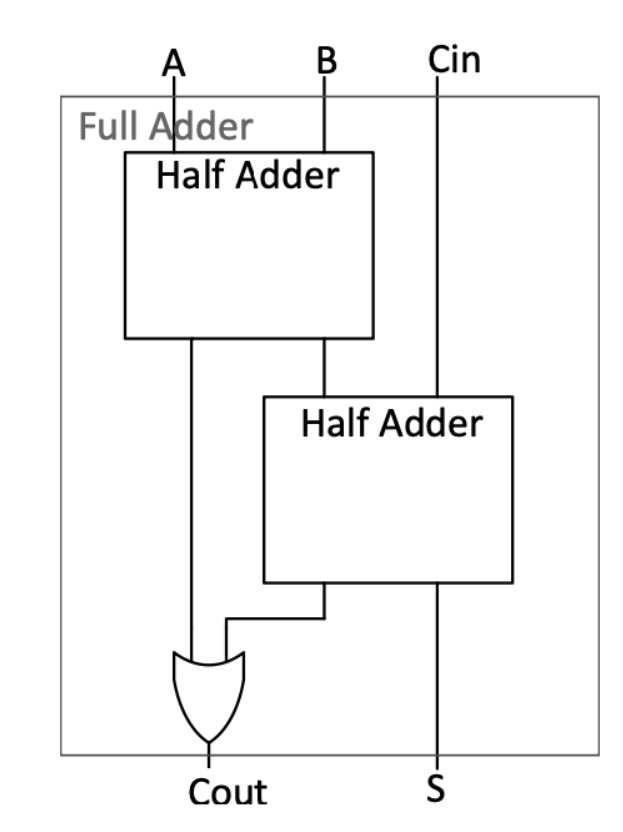
INPUT: dos números de dos bit: $A = A_1A_0$, $B = B_1B_0$

OUTPUT: $A + B = S$ ¿cuántos bit? $S = S_2S_1S_0$

Hay que ver cómo funciona la suma

$$\begin{array}{cccccc} & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & \\ & 1 & 0 & 0 & 1 & \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 0 & \end{array}$$

Full-adder



Circuitos sumadores

¿Cómo sumar números, por ejemplo, de 2-bit?

INPUT: dos números de dos bit: $A = A_1A_0$, $B = B_1B_0$

OUTPUT: $A + B = S$ ¿cuántos bit?

A_1A_0	B_1B_0	$S = S_2S_1S_0$
00	00	000
00	01	001
00	10	010
00	11	011
01	00	001
01	01	010
01	10	011
01	11	100
10	00	010
10	01	011
10	10	100
10	11	101
11	00	011
11	01	100
11	10	101
11	11	110

Circuitos sumadores

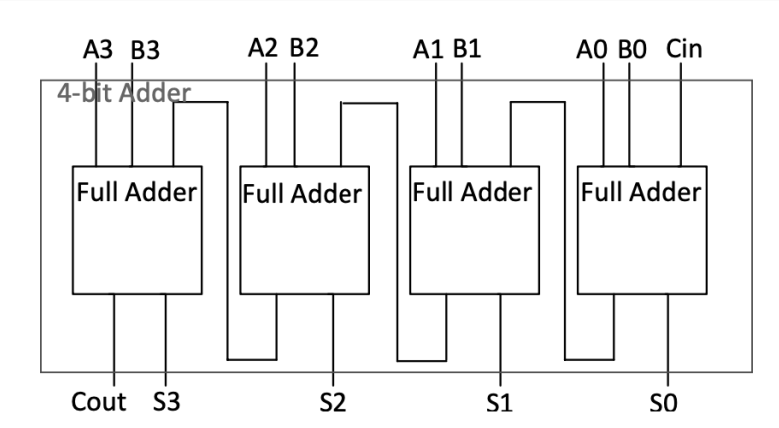
¿Cómo sumar números, por ejemplo, de 2-bit?

INPUT: dos números de dos bit: $A = A_1A_0$, $B = B_1B_0$

OUTPUT: $A + B = S$ ¿cuántos bit? $S = S_2S_1S_0$

A_1A_0	B_1B_0	$S = S_2S_1S_0$
00	00	000
00	01	001
00	10	010
00	11	011
01	00	001
01	01	010
01	10	011
01	11	100
10	00	010
10	01	011
10	10	100
10	11	101
11	00	011
11	01	100
11	10	101
11	11	110

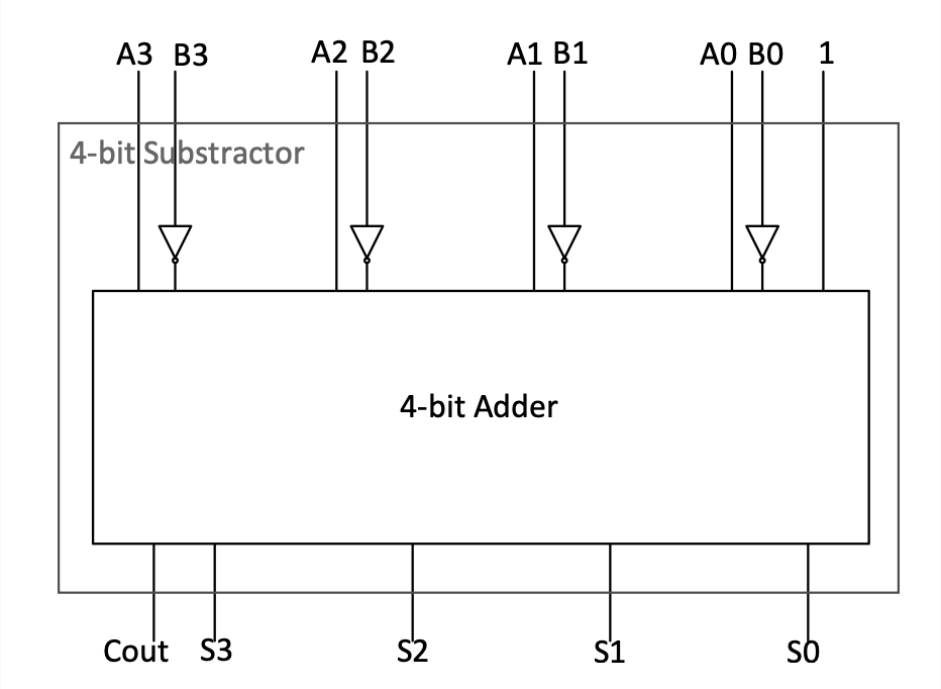
Full-adder



Circuitos sumadores

También se puede implementar restadores en complemento de 2.

Conversión a complemento de 2 es: (1) Invertir los bits, (2) Sumar 1

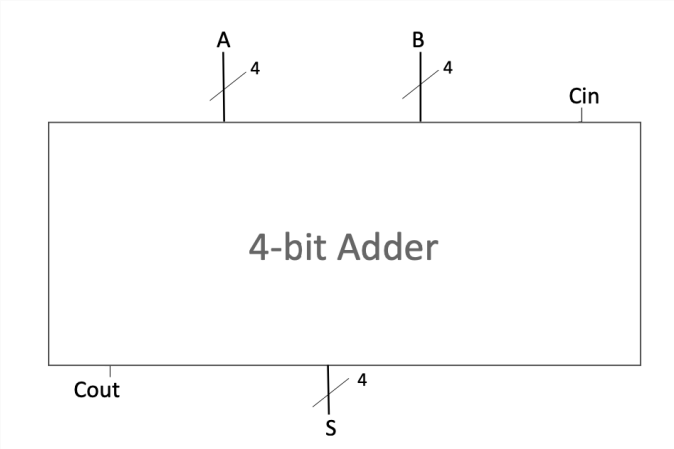


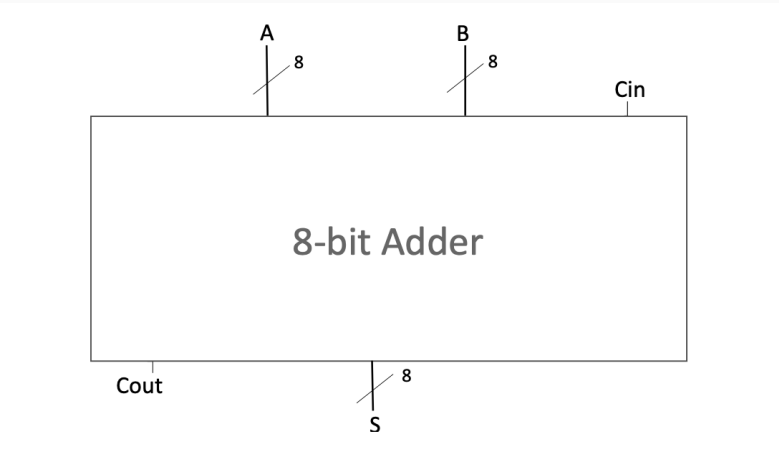
Restador de 4 bits

Abstrayendo componentes

Al construir circuitos más complejos podemos ocultar detalles.

La notación se simplifica indicando cuántas líneas (bit) lleva cada entrada. Estas líneas se conoce como ”buses”.

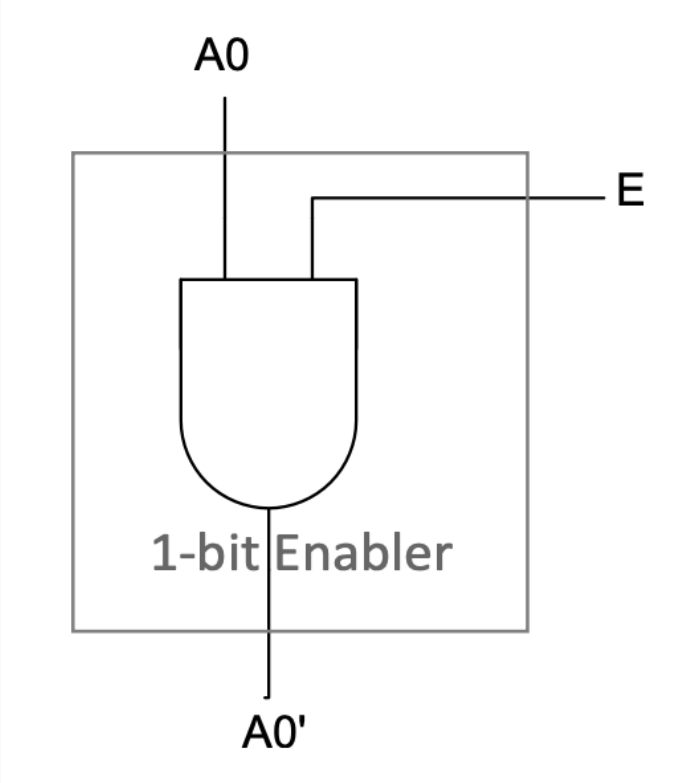




Otros componentes: Enabler

Componente que permite habilitar o deshabilitar una salida

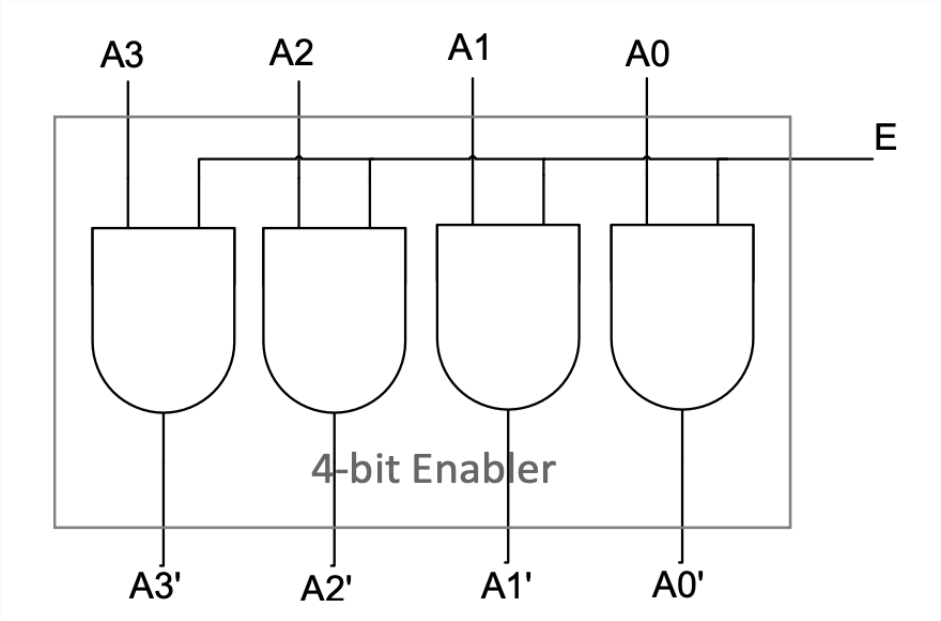
E	A0’
0	0
1	A0



Enabler de 1 bit

Enabler

Se puede implementar para circuitos con más bit de entrada



Enabler de 4 bits

Ejemplo 1

Calcular la salida del circuito:

$$Y = (A \wedge B) \vee \neg A$$

Ejemplo 1

Calcular la salida del circuito:

$$Y = (A \wedge B) \vee \neg A$$

Tabla de verdad:

A	B	$A \wedge B$	$\neg A$	Y
0	0	0	1	1
0	1	0	1	1
1	0	0	0	0
1	1	1	0	1

Ejercicio 1

Construir la tabla de verdad para:

$$Y = (A \vee B) \wedge \neg B$$

Ejercicio 1

Construir la tabla de verdad para:

$$Y = (A \vee B) \wedge \neg B$$

Pasos:

- Calcular $A \vee B$
- Calcular $\neg B$
- Calcular AND de resultados

Sumadores

Los sumadores permiten sumar números binarios.

Tipos:

- Medio sumador (Half Adder)
- Sumador completo (Full Adder)

Medio Sumador

Entradas: A, B

Salidas:

- Suma: $S = A \oplus B$
- *Carry*: $C = A \wedge B$

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Sumador Completo

Entradas: A, B, C_{in}

Salidas:

- $S = A \oplus B \oplus C_{in}$
- $C_{out} = AB \wedge C_{in}(A \oplus B)$

Tabla Sumador Completo

A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Ejemplo 2

Sumar:

$$1 + 1$$

Ejemplo 2

Sumar:

$$1 + 1$$

- Suma = 0
- Acarreo = 1

Resultado binario: 10

Ejercicio 2

Diseñar un circuito que calcule:

$$S = A \oplus B \oplus C$$

Ejercicio 2

Diseñar un circuito que calcule:

$$S = A \oplus B \oplus C$$

Preguntas:

- ¿Cuántas compuertas XOR necesitas?
- ¿Cómo conectarías las entradas?

Ejercicio 3

Construir un circuito que:

- Encienda una salida si exactamente una entrada es 1.

Ejercicio 3

Construir un circuito que:

- Encienda una salida si exactamente una entrada es 1.

Pista:

- Usa XOR

Conclusión

- Las compuertas lógicas son la base de los circuitos digitales.
- Los sumadores permiten operaciones aritméticas.
- Las tablas de verdad ayudan a entender el comportamiento.

Ejercicio Simple

Dada la función:

$$Y = \neg A \wedge B \vee A \wedge \neg B$$

Ejercicio Simple

Dada la función:

$$Y = \neg A \wedge B \vee A \wedge \neg B$$

- Construya la tabla de resultados
- ¿Qué compuerta representa esta función?

Ejercicio Simple

Dada la función:

$$Y = \neg A \wedge B \vee A \wedge \neg B$$

- Construya la tabla de resultados
- ¿Qué compuerta representa esta función?

Solución:

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ejercicio Intermedio

Dada la función:

$$Y = (A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$$

Ejercicio Intermedio

Dada la función:

$$Y = (A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$$

- Construir tabla de resultados
- ¿Es posible simplificarlo usando álgebra booleana?
- Diseñar circuito que lo implemente

Ejercicio Intermedio

Dada la función:

$$Y = (A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$$

- Construir tabla de resultados
- ¿Es posible simplificarlo usando álgebra booleana?
- Diseñar circuito que lo implemente

$$Y = A \wedge \neg A + A \wedge C + B \wedge \neg A + B \wedge C$$

$$A \wedge \neg A = 0$$

$$Y = A \wedge C + B \wedge \neg A + B \wedge C$$

Ejercicio Desafiante

Diseñar un circuito con entradas A, B, C tal que:

- La salida sea 1 si al menos dos entradas son 1

Ejercicio Desafiante

Diseñar un circuito con entradas A, B, C tal que:

- La salida sea 1 si al menos dos entradas son 1

Tareas:

- Construir tabla de verdad
- Obtener función booleana
- Dibujar circuito

Ejercicio Desafiante

Diseñar un circuito con entradas A, B, C tal que:

- La salida sea 1 si al menos dos entradas son 1

Tareas:

- Construir tabla de verdad
- Obtener función booleana
- Dibujar circuito

Solución:

$$Y = A \wedge B + A \wedge C + B \wedge C$$

- Tres compuertas AND
- Una compuerta OR de 3 entradas

Comparador de 1 bit

Entradas: A, B

Salidas:

- $A > B$
- $A = B$
- $A < B$

Comparador de 1 bit

Entradas: A, B

Salidas:

- $A > B$
- $A = B$
- $A < B$

Funciones:

$$A > B = A \cdot \neg B$$

Comparador de 1 bit

Entradas: A, B

Salidas:

- $A > B$
- $A = B$
- $A < B$

Funciones:

$$A > B = A \cdot \neg B$$

$$A < B = \neg A \cdot B$$

Comparador de 1 bit

Entradas: A, B

Salidas:

- $A > B$
- $A = B$
- $A < B$

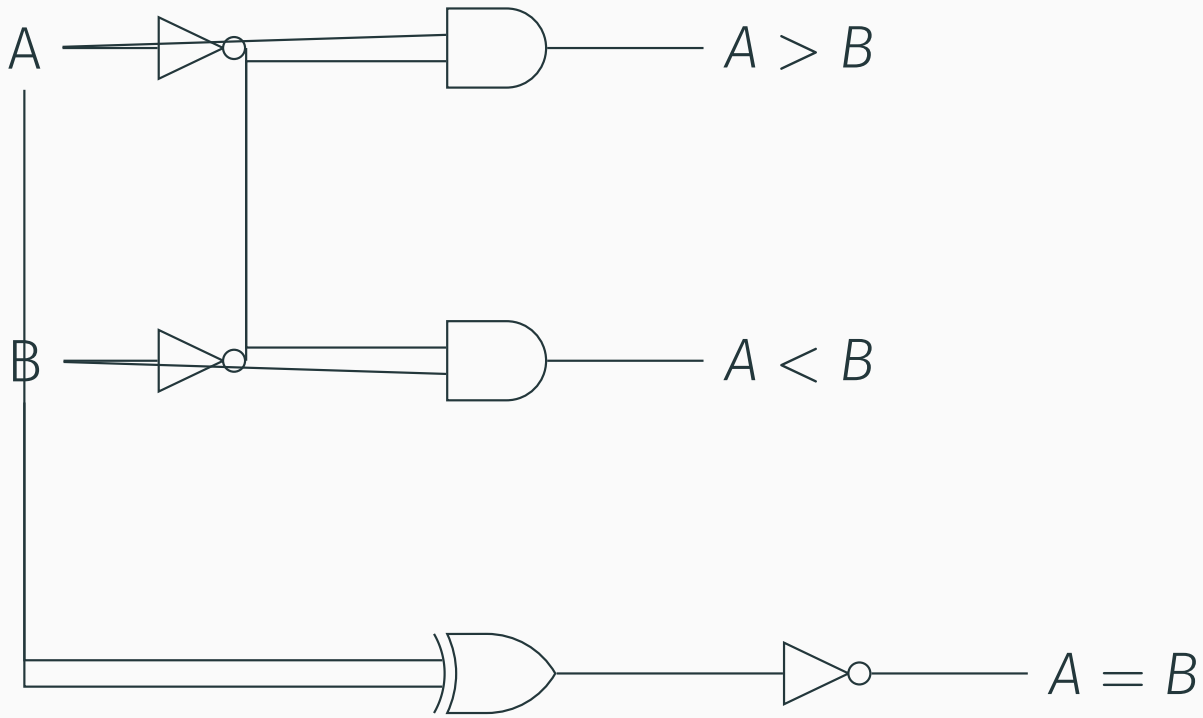
Funciones:

$$A > B = A \cdot \neg B$$

$$A < B = \neg A \cdot B$$

$$A = B = \neg(A \oplus B)$$

Circuito Comparador (TikZ)



Ejercicio Comparador

Diseñar un comparador de 2 bits:

$$A = A_1A_0, \quad B = B_1B_0$$

Ejercicio Comparador

Diseñar un comparador de 2 bits:

$$A = A_1A_0, \quad B = B_1B_0$$

Preguntas:

- ¿Cuándo $A > B$?
- Expresar en lógica booleana

Ejercicio Comparador

Diseñar un comparador de 2 bits:

$$A = A_1A_0, \quad B = B_1B_0$$

Preguntas:

- ¿Cuándo $A > B$?
- Expresar en lógica booleana

Idea clave:

$$A > B = (A_1 > B_1) + (A_1 = B_1)(A_0 > B_0)$$

- Combina comparadores de 1 bit